

Darum geht es

„Die Fähigkeiten, den Raum und räumliche Objekte wahrzunehmen, sich darin und mit ihnen zu orientieren sowie konkret und gedanklich im Raum und mit räumlichen Objekten zu operieren, ist grundlegend für einen erfolgreichen Umgang in alltäglichen und schulischen Situationen. Insbesondere „stellt die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens eines der Hauptziele des Geometrieunterrichts dar“ (Franke & Reinhold, 2016, S. 39).

Beim räumlichen Vorstellungsvermögen werden räumliche Objekte gedanklich repräsentiert und verändert. Räumliche Fähigkeiten können vor allem in drei Bereiche gegliedert werden (Schulz, 2015, S. 23). Diese hängen zusammen und können – beispielsweise zur Gestaltung von Fördermaßnahmen – noch weiter spezifiziert werden:

- Beziehungen zwischen Objekten werden erfasst bzw. vorgestellt. Wurde ein Objekt (gedanklich) gedreht oder gespiegelt? Beispiele: Überprüfen auf Schubsymmetrie (über gedankliches Verschieben der Grundfigur), auf Drehsymmetrie (durch gedankliches Rotieren).
- Gedankliches Operieren mit Objekten (Falten, Zerlegen, Verschieben), die somit ihre räumliche Beziehung zu anderen Objekten ändern. Beispiele: Eine Figur durch mentale Drehung drehsymmetrisch ergänzen, gedankliches Umbauen eines Würfelbauwerks, gedankliches Aufklappen eines Körpernetzes.

Räumliches Orientieren: Orientierung im wahrgenommenen Raum sowie gedankliches Hineinversetzen in andere Perspektiven. Beispiele: Wo sehe ich das Fenster? Wo sieht mein Gegenüber das Fenster: rechts oder links? Orientierung auf Lageplänen. Ohne Raumvorstellung sind grundlegende Situationen des Alltags nicht zu bewältigen: Wie wird sich ein fahrendes Auto weiterbewegen? Wie gelingt eine Orientierung auf Landkarten und Plänen? Auch im Unterricht greifen Inhalte jenseits des Mathematikunterrichts auf räumliche Kompetenzen zurück: Im Sachunterricht werden räumliche Situationen zweidimensional im Bild dargestellt, beim Sport findet eine Orientierung an Markierungen etc. statt. Selbstverständlich sind tragfähige Kompetenzen zur Raumvorstellung unverzichtbar für ein erfolgreiches Weiterlernen im Geometrieunterricht. Das konkrete und zunehmend auch gedankliche In-Beziehung-Stellen geometrischer Objekte ist ein Leitgedanke des Geometrieunterrichts (Franke & Reinhold, 2016, S. 80).“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 193 bis 194)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Nachbauen von Bauwerken und Umlegen zu einem Würfel
2. Nachbauen eines Bauwerks und Ergänzen zu einem Würfel
3. Nachbauen eines Bauwerks und Ergänzen zu einem Quader
4. Auslegen eines Quadrats mit verschiedenen Würfelbausteinen
5. Auslegen eines quadratischen Kartons mit verschiedenen Würfelbausteinen
6. Erkennen deckungsgleicher ebener Figuren
7. Überprüfen ebener Figuren auf Kongruenz
8. Unterscheiden kongruenter und nicht kongruenter Bilder
9. Erkennen der Kongruenz von Original und Bild bei Spiegelung, Verschiebung und Drehung
10. Erkennen des Erhaltens der Kongruenz beim Verschieben, Spiegeln und Drehen
11. Überprüfen verschiedener Buchstaben auf Kongruenz
12. Herstellen eines Prismanetzes und Beschreiben seiner Eigenschaften
13. Beschreiben des Netzes eines dreiseitigen Prismas mit geeigneten Begriffen
14. Falten eines Prismanetzes und Beschreiben des Vorgehens mit vorgegebenen Wortbausteinen
15. Erkennen der Eigenschaften von Prismen und ihren Netzen
16. Erkennen der Eigenschaften von Prismanetzen
17. Überprüfen von Eigenschaften eines Prismanetzes und Finden von Fehlern
18. Erstellen eines Prismanetzes aus ebenen Figuren
19. Erkennen korrekter Netze eines dreiseitigen Prismas
20. Erkennen der Eigenschaften von Netzen sechsseitiger Prismen
21. Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Prismen
22. Erkennen der Grund- und Deckfläche bei Netzen verschiedener Prismen
23. Ergänzen und Vervollständigen von Körpernetzen verschiedener Prismen
24. Erkennen korrekter Prismanetze
25. Falten und Vergleichen verschiedener Kegel
26. Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Kegeln
27. Erkennen korrekter Kegelnetze
28. Falten eines Pyramidennetzes
29. Erkennen der Eigenschaften von Pyramiden und ihren Netzen
30. Erkennen korrekter Pyramidennetze

31. Ergänzen und Vervollständigen von Körpernetzen verschiedener quadratischer Pyramiden
32. Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Körpern
33. Herstellen eines Zylinders und des zugehörigen Zylindernetzes
34. Ergänzen und Vergleichen verschiedener Zylindernetze
35. Erkennen korrekter Zylindernetze
36. Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Zylindern

Übersicht über die Kopiervorlagen

- Kopiervorlage A
- Kopiervorlage B
- Kopiervorlage C
- Kopiervorlage D
- Kopiervorlage E
- Kopiervorlage F
- Kopiervorlage G

Material: Würfel

- Baue die Bauwerke mit den Würfeln nach.
- Lege Würfel so um, dass ein großer Würfel entsteht.

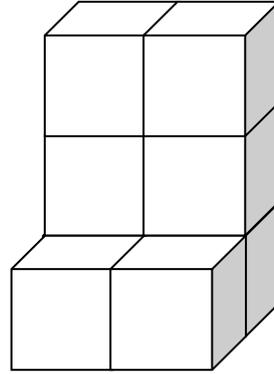
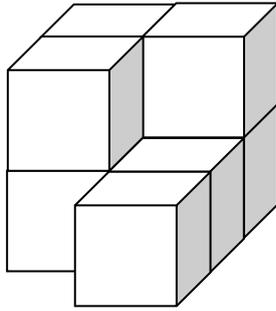


Bild 1 „Würfelbauwerke“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Material: Würfel

- Baue das Würfelbauwerk nach.
- Ergänze es zu einem Würfel.
- Worauf musst du achten? Beschreibe.

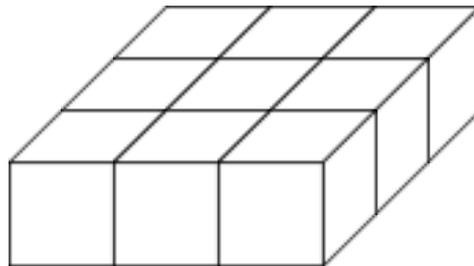


Bild 2 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Material: Würfel

- Baue das Würfelbauwerk nach.
- Ergänze es zu einem Quader.
- Benutze möglichst wenig Würfel.

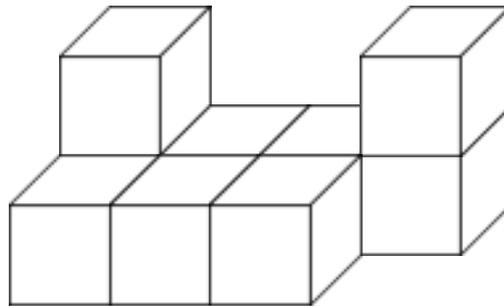
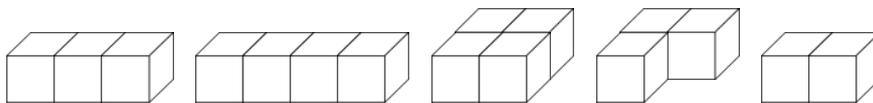


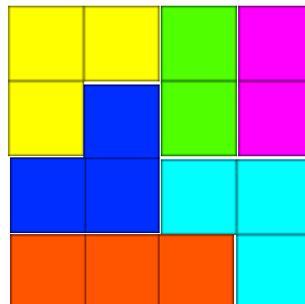
Bild 3 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Material: Kopiervorlage A

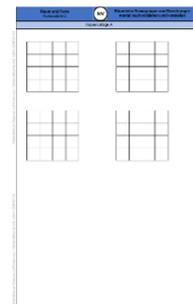
Hier siehst du verschiedene Bausteine, die aus fest verbundenen Würfeln bestehen. Mia hat einige Bausteine in einen Karton gelegt. Manche Bausteine hat sie mehrmals verwendet.



Das ist Mias Ansicht von oben in den Karton:



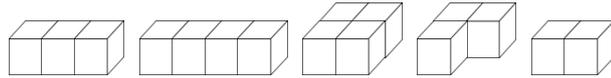
- Welche Teile hat Mia benutzt? Zeige.
- Finde andere Möglichkeiten, den Karton auszufüllen.
- Nutze die Kopiervorlage und zeichne die einzelnen Teile ein. Verwende verschiedene Farben für die einzelnen Teile.



Kopiervorlage A

Bild 4 „Würfelbauwerke“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Material: Kopiervorlage B



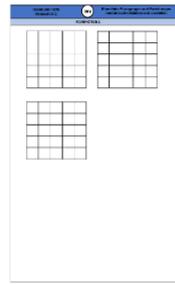
Hier siehst du verschiedene Bausteine.

In einen Karton passen insgesamt 25 kleine Würfel.



Tipp:
Jeder Baustein darf
mehrfach benutzt werden.

- Finde Möglichkeiten, den Karton auszufüllen.
- Zeichne die einzelnen Teile auf das 5x5 Raster in der Kopiervorlage ein. Verwende verschiedene Farben für die einzelnen Teile.



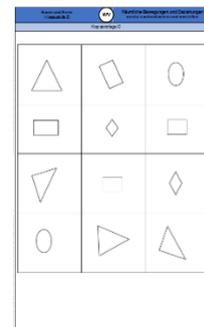
Kopiervorlage B

Bild 5 „Würfelbauwerke“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 6 „Würfelkisten“, Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Material: Kopiervorlage C (bereits ausgeschnittene Figuren)

Welche ebenen Figuren kannst du genau übereinanderlegen, ohne dass etwas übersteht?

- Überprüfe.

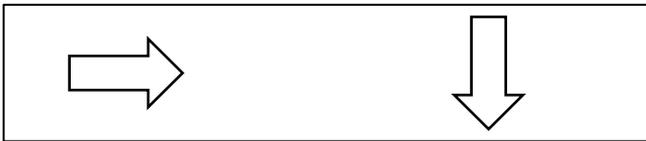


Kopiervorlage C

Susi sagt: „Wenn man die ebenen Figuren genau aufeinanderlegen kann, ohne dass etwas übersteht, dann nennt man sie **deckungsgleich** (kongruent).“

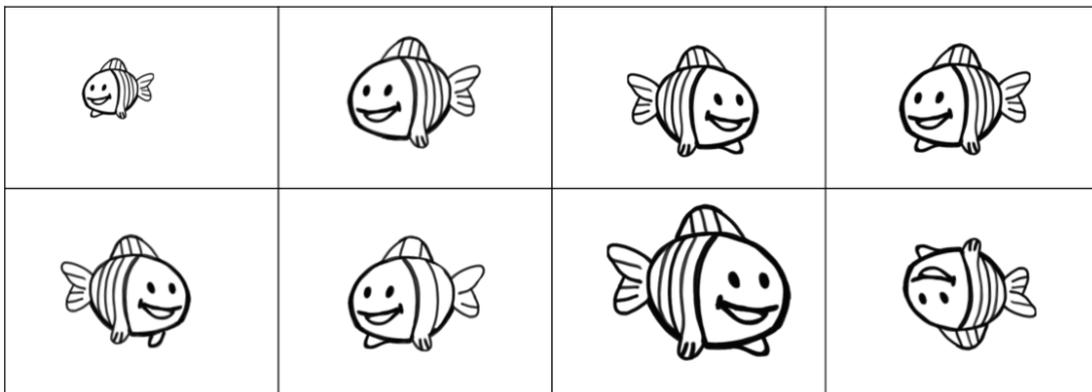
- Entscheide, ob diese ebenen Figuren kongruent sind. Begründe.

kongruent bedeutet **deckungsgleich**

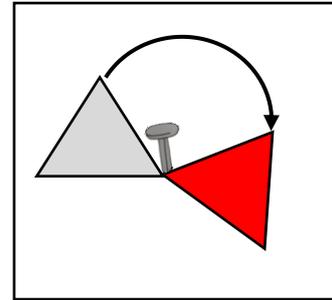
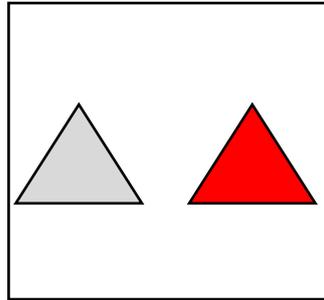
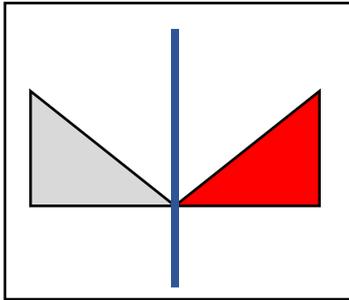


Das ist Fred, der kleine Fisch. Schau dir die Bilder genau an.

- Kreise alle kongruenten Bilder von Fred rot ein.
- Begründe, warum die anderen Bilder nicht kongruent sind.



- Vergleiche in jeder Abbildung das graue Dreieck (Original) mit dem roten Dreieck (Bild).
- Überprüfe, ob Original und Bild kongruent (deckungsgleich) sind.

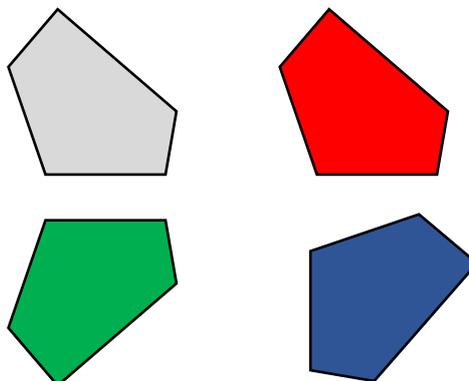


- Ergänze die Sätze und zeige die passende Abbildung:
Wenn eine Figur gespiegelt wurde, dann sind Original und Bild _____ .
Wenn eine Figur gedreht wurde, dann sind Original und Bild _____ .
Wenn eine Figur verschoben wurde, dann sind Original und Bild _____ .

Bild 8 „Pinnnadel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

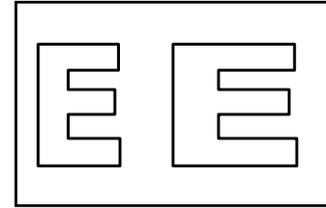
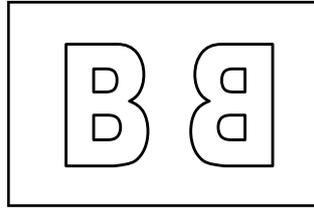
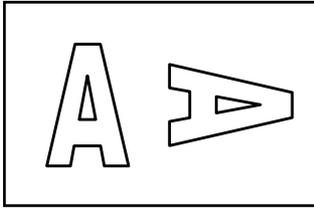
Ole behauptet: „Alle ebenen Figuren sind zur grauen Figur kongruent.“

- Hat Ole Recht? Begründe.



- Ergänze.
Wenn man die graue ebene Figur _____, erhält man die rote Figur.
Wenn man die graue ebene Figur _____, erhält man die grüne Figur.
Wenn man die graue ebene Figur _____, erhält man die blaue Figur.

- Untersuche jedes Buchstabenpaar.
- Sind sie kongruent (deckungsgleich)? Begründe.



Material: leere Verpackungen (Prismen), von der Lehrkraft aufgeschnitten, sodass jeweils Prismanetze entstehen, diese werden dann erneut zu Prismen gefaltet und mit Klebeband fixiert

- Zeige die Grund- und Deckfläche. Welche Form haben sie?
- Zeige die Seitenflächen des Prismas.
- Welche geometrische Form haben die Seitenflächen jeweils?



- Klappe nun den Körper auf. Du erhältst jeweils ein Körpernetz.
- Lege das Körpernetz auf ein Blatt Papier und zeichne die Umriss nach.
- Ergänze fehlende Linien, sodass jede Seitenfläche vollständig umrandet ist.
- Beschreibe, was man unter einem Körpernetz versteht.

Beschreiben des Netzes eines dreiseitigen Prismas mit geeigneten Begriffen

13

Material: Kopiervorlage D (Körpernetz wird zuvor von der Lehrkraft ausgeschnitten)

- Beschreibe das Körpernetz. Diese Begriffe können dir helfen.

Rechtecke

besteht aus _____ Flächen

sind miteinander an den Seiten verbunden

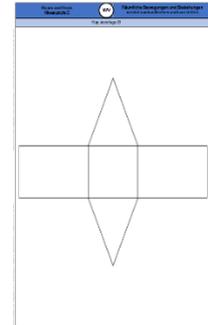
Quadrat

Dreiecke

sind kleiner

sind größer

sind gleich groß



Kopiervorlage D

Falten eines Prismanetzes und Beschreiben des Vorgehens mit vorgegebenen Wortbausteinen

14

Material: Kopiervorlage D, (Körpernetz zuvor von der Lehrkraft ausgeschnitten), Klebeband

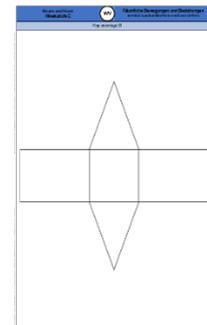
- Falte das Netz zu einem Körper und fixiere die Kanten mit Klebeband.
- Beschreibe bei jedem Schritt genau, was du machst. Diese Begriffe können dir helfen.

klappen der Flächen nach oben

schließen des Körpers

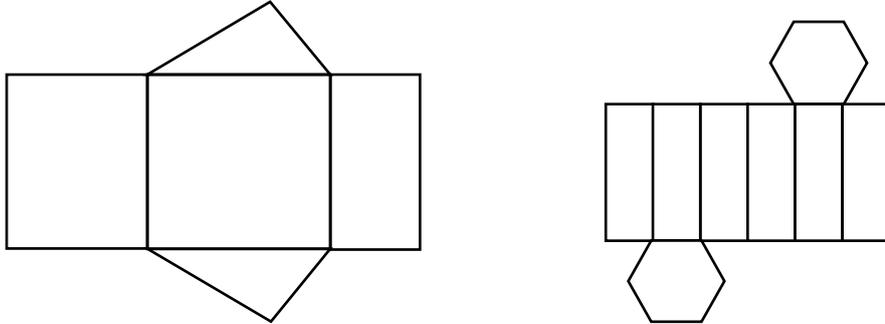
Kanten fixieren

falten an den Kanten



Kopiervorlage D

- Falte in Gedanken an den schwarzen Linien, sodass ein Körper entsteht.
- Zeige Grundfläche und Deckfläche. Zeige die Seitenflächen.
- Zähle bei jedem Netz die Anzahl der Kanten von Grund- und Deckfläche.
- Zähle bei jedem Netz die Anzahl der Seitenflächen.
- Vergleiche die beiden Netze. Was ist gleich, was ist verschieden?



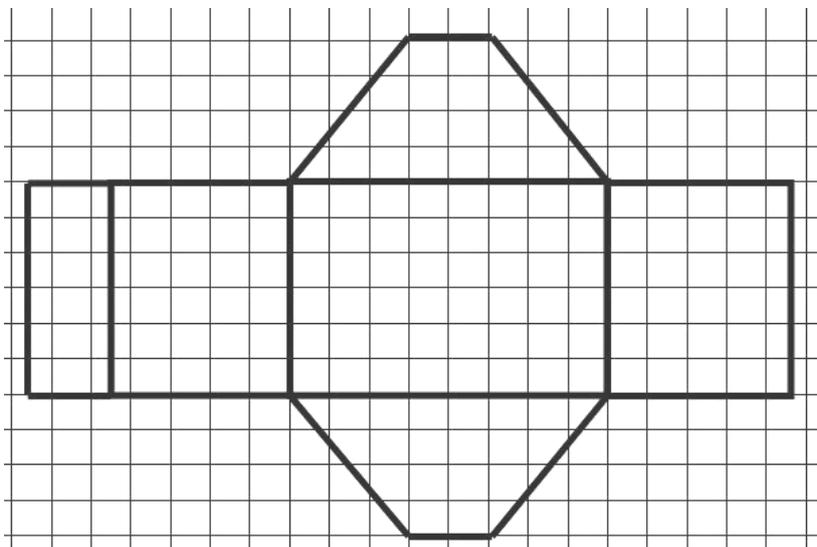
- Ergänze den Text.

Die Anzahl der Kanten der Grundfläche _____ der Anzahl der Seitenflächen.

Alle Seitenflächen bei einem Prisma haben die Form eines _____.

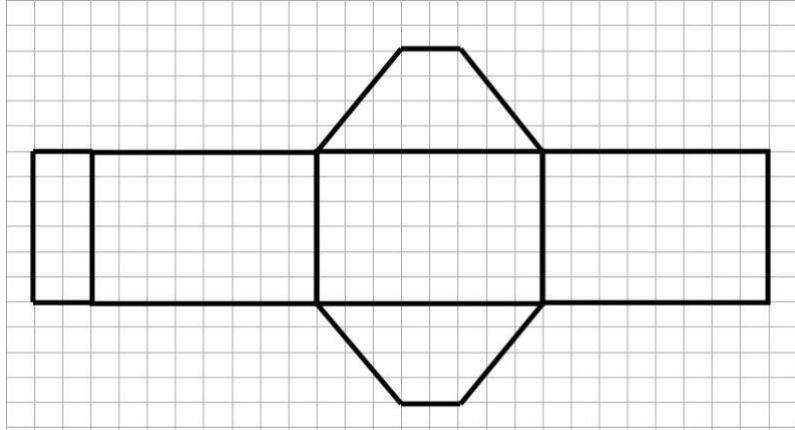
Diese Abbildung zeigt das Netz eines Prismas.

- Finde immer die beiden Seiten, die beim Falten eine Kante bilden.
- Markiere sie in der gleichen Farbe.
- Überprüfe, ob sie die gleiche Länge haben.



Das ist kein Körpernetz.

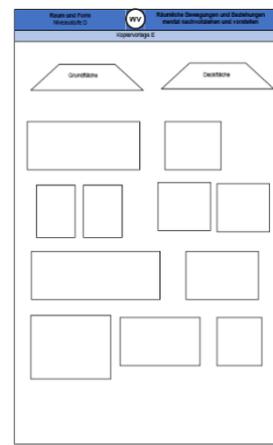
- Zeige und erkläre, warum sich aus dem Netz kein Prisma falten lässt.
- Beschreibe, woran du es erkannt hast.



Material: Kopiervorlage E (Flächen werden zuvor durch die Lehrkraft ausgeschnitten)

Aus verschiedenen geometrischen Figuren sollst du das Netz eines vierseitigen Prismas zusammenlegen.

- Wähle die passenden Seitenflächen. Sage zuvor, wie viele du brauchst.
- Lege alle Flächen als Netz zusammen.
- Worauf musst du achten? Beschreibe.



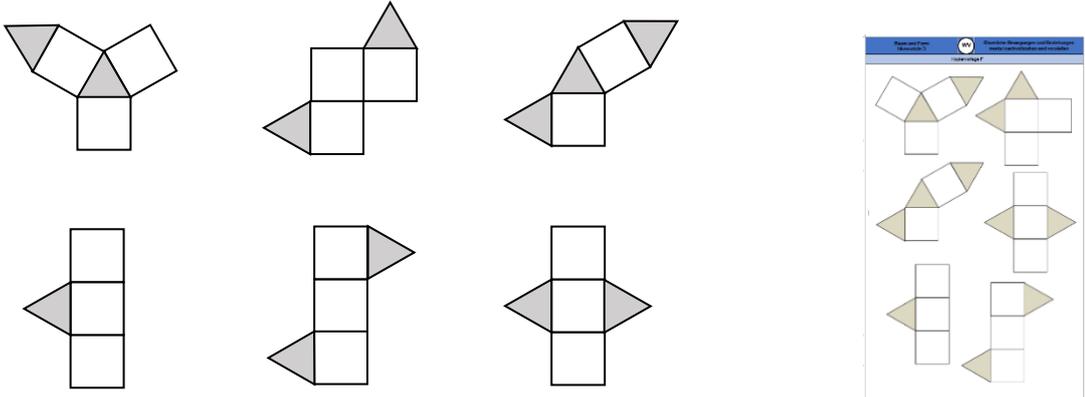
Kopiervorlage E

Material: Kopiervorlage F, (Lehrkraft schneidet die Figuren zuvor aus)

Einige der Figuren sind Netze eines dreiseitigen Prismas.

Bei welchen Netzen erkennst du sofort, dass es kein dreiseitiges Prisma sein kann?

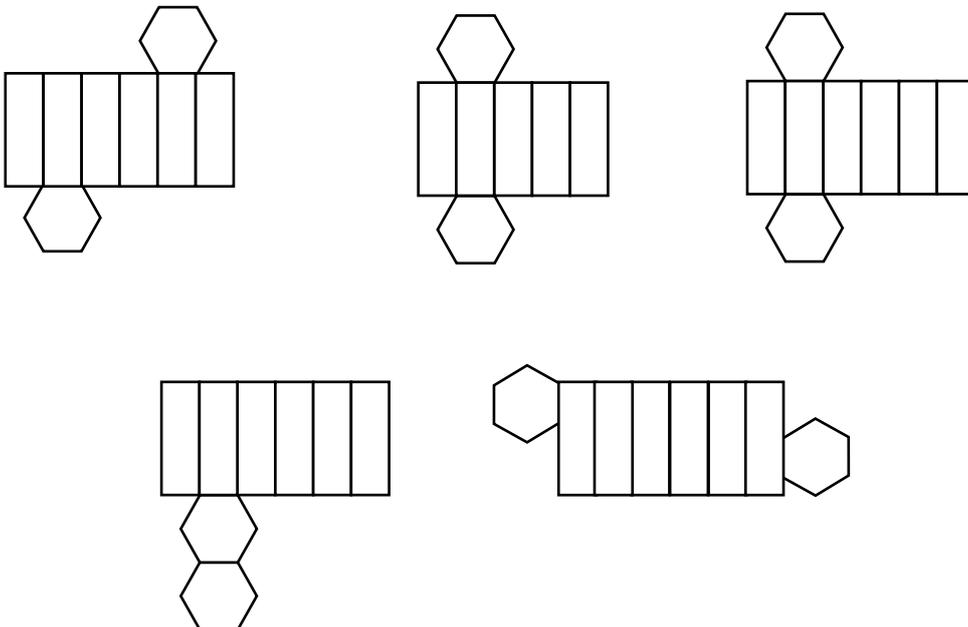
- Begründe.
- Überprüfe die übrigen Netze durch Falten.
- Wenn du kein Prisma falten kannst, dann begründe jeweils, warum nicht.



Kopiervorlage F

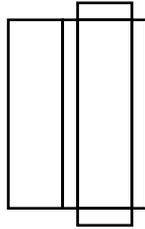
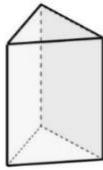
Welche Abbildungen sind Netze von Prismen?

- Begründe, warum die anderen Abbildungen kein Prisma ergeben.

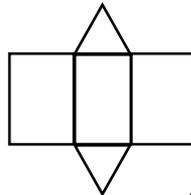
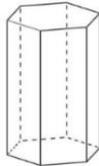


Schau dir bei jedem Körper die Grund- und die Deckfläche genau an.

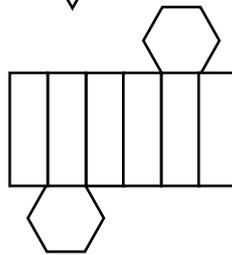
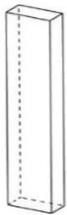
- Ordne jedem Körper ein Netz und eine Bezeichnung zu.



vierseitiges
Prisma



sechseitiges
Prisma

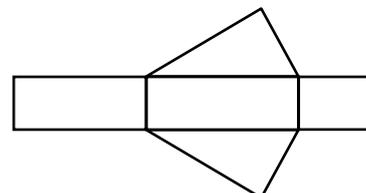
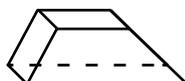
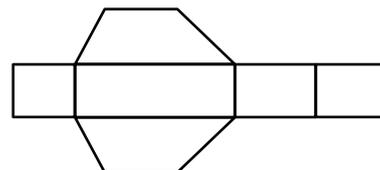
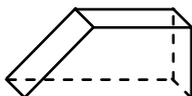
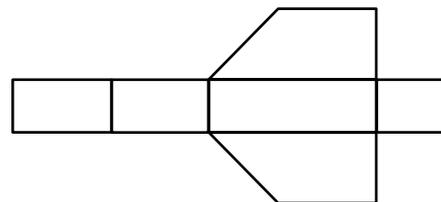


dreiseitiges
Prisma

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 10 bis 12 „dreiseitiges Prisma“, „sechseitiges Prisma“, „Quader“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

- Ordne die Netze den Prismen zu. Begründe deine Entscheidung.
- Kennzeichne Grund- und Deckfläche im Netz farbig.

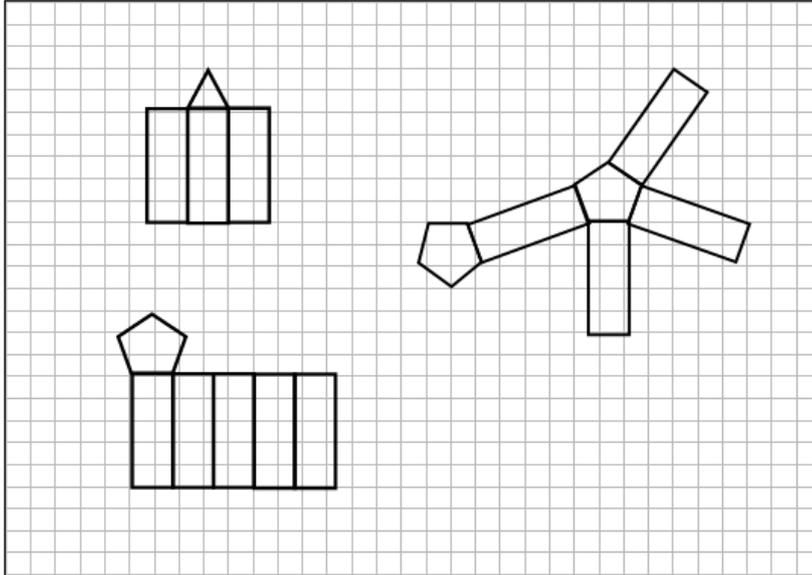


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 13 bis 15 „Prisma 1“, „Prisma 2“, „Prisma 3“, Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

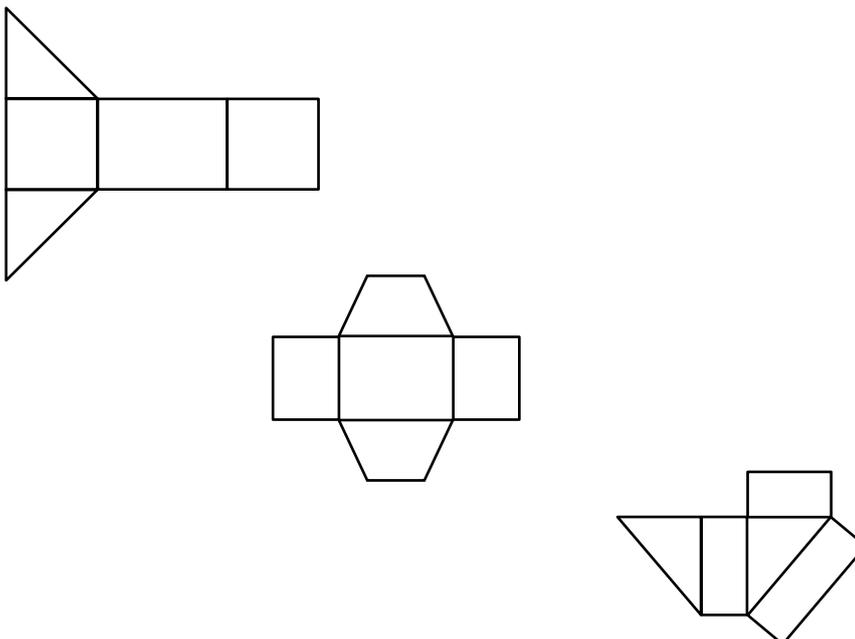
Bei diesen Körpernetzen von Prismen fehlt immer eine Begrenzungsfläche.

- Ergänze die Abbildungen so, dass es vollständige Netze werden.
- Beschreibe die Lage und die Form der ergänzten Fläche.



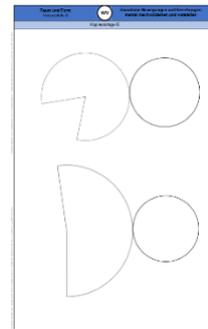
Welche Figuren lassen sich zu einem Prisma falten?

- Begründe, welche Figuren **keine** Prismenetze sind.



Material: Kopiervorlage G, Netze zuvor von der Lehrkraft ausgeschnitten, Klebeband

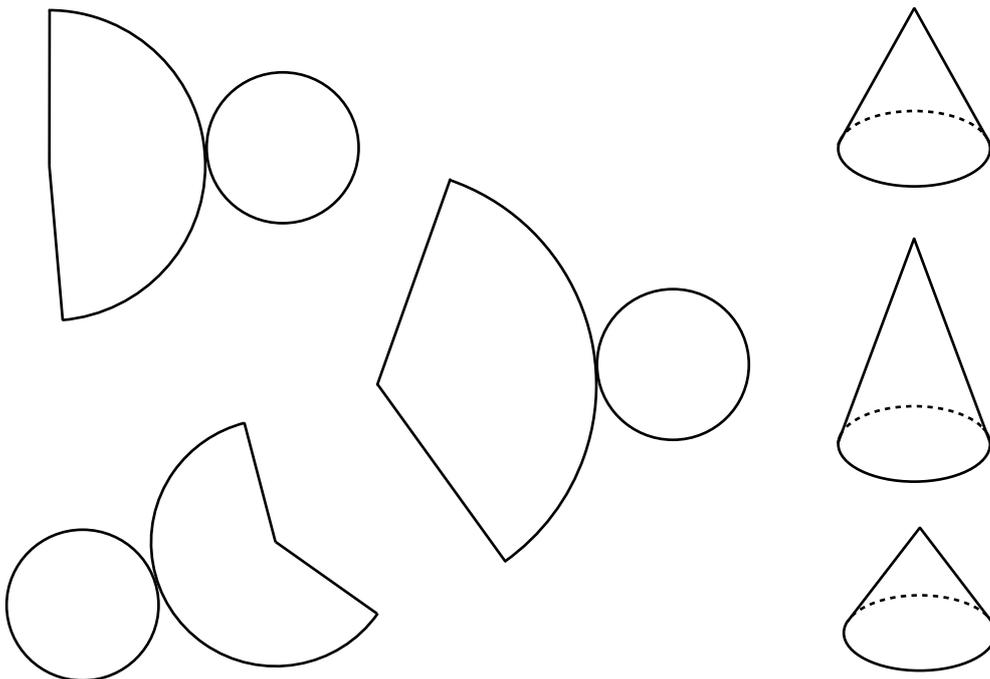
- Rolle die Seitenflächen jeweils zu einem Kegel.
- Klebe sie mit Klebeband so fest, dass die Kegel fixiert sind.
- Knicke die Grundfläche ab, sodass der Kegel geschlossen ist.
- Vergleiche die beiden Kegel. Worin unterscheiden sie sich? Was ist gleich?



Kopiervorlage G

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

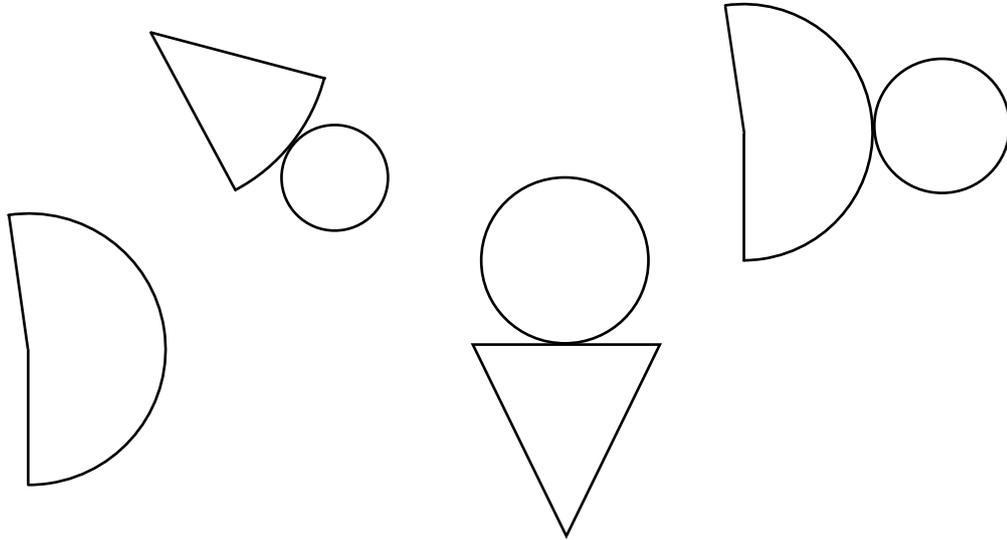
- Welches Körpernetz gehört zu welchem Kegel? Ordne zu. Erkläre.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

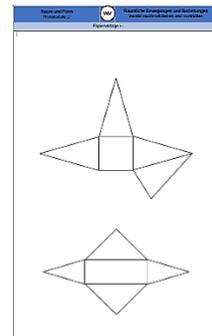
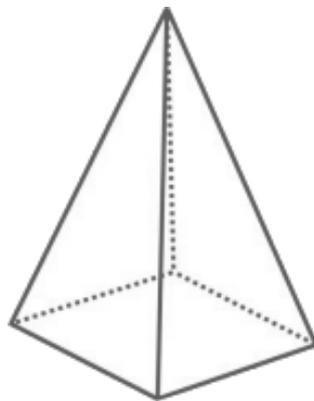
Emre möchte ein Kegelnetz zeichnen. Unten siehst du verschiedene Versuche. Nur eine Abbildung zeigt ein korrektes Kegelnetz.

- Zeige dieses Kegelnetz.
- Erkläre jeweils, warum die übrigen Abbildungen keine Kegelnetze sind.



Material: Kopiervorlage H, von der Lehrkraft bereits ausgeschnitten

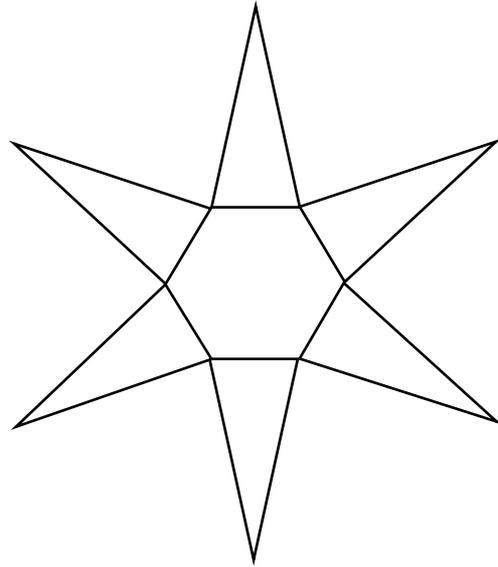
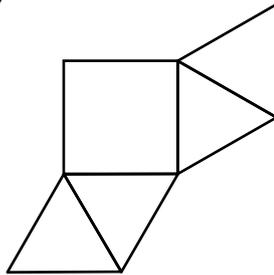
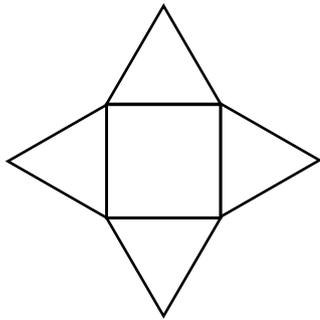
- Falte die Pyramidennetze so, dass eine Pyramide entsteht.
- Beschreibe die Pyramidennetze.



Kopiervorlage H

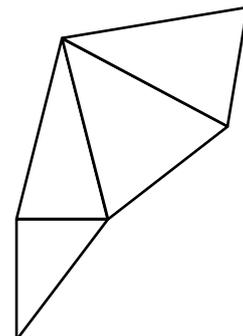
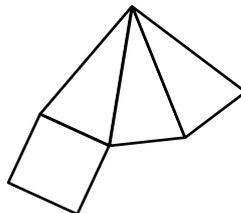
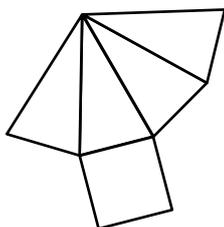
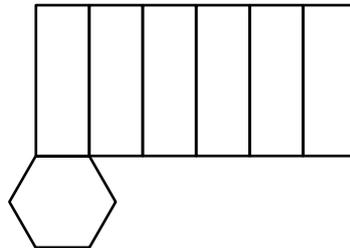
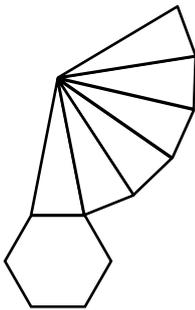
Hier siehst du Netze von Pyramiden.

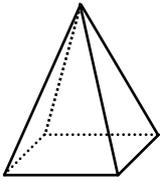
- Woran erkennt man das? Beschreibe.



Welche dieser Abbildungen ergeben zusammengefaltet eine Pyramide? Welche nicht?

- Begründe deine Entscheidungen.





Hier siehst du eine gerade quadratische Pyramide.

Tina möchte solche Pyramiden bauen. Deshalb hat sie Körpernetze gezeichnet. An jedem Netz hat sie aber eine Fläche vergessen.

- Ergänze an jedem Netz die fehlende Fläche, so dass man daraus eine gerade quadratische Pyramide bauen kann.

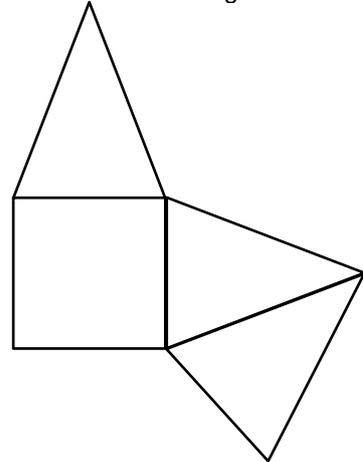
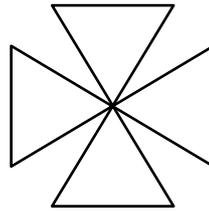
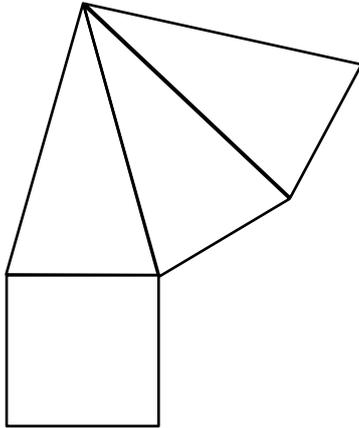


Bild 20 „Pyramide“, LISUM, cc by sa 4.0

- Ordne jedem Körper das passende Körpernetz zu.

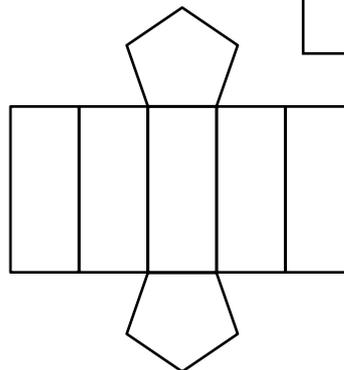
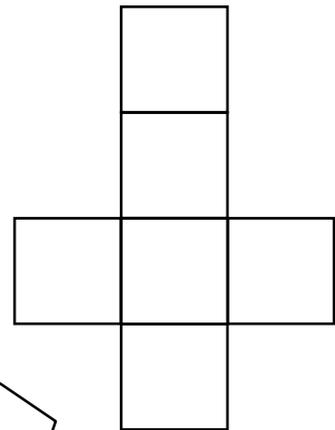
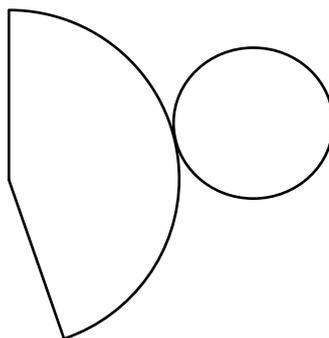
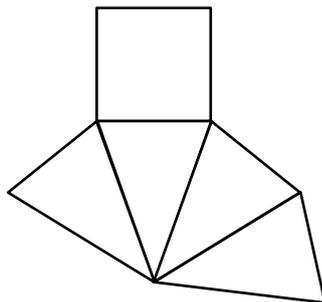
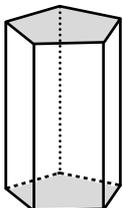
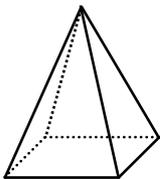
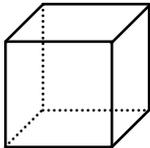
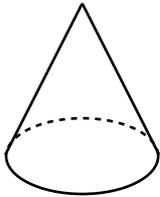
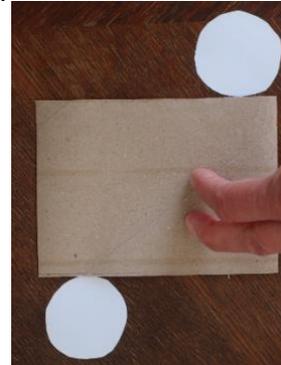
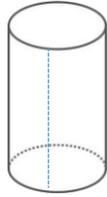


Bild 21 bis 24 „Kegel“, „Würfel“, „Pyramide“, „fünfeckiges Prisma“, Reblin für LISUM, cc by sa 4.0

Material: Leere Toilettenpapierrolle, Stift, Schere, Lineal, evtl. Klebeband

- Baue einen Zylinder. Dazu stellst du die innere Papprolle aus einer Toilettenpapierrolle auf ein Blatt Papier, fährst mit dem Stift um sie herum und schneidest den Kreis aus.
- Verwende zwei solcher Papierkreise als Grund- und Deckfläche.

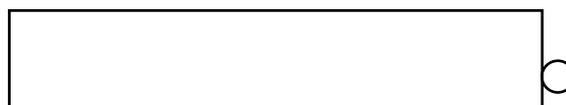
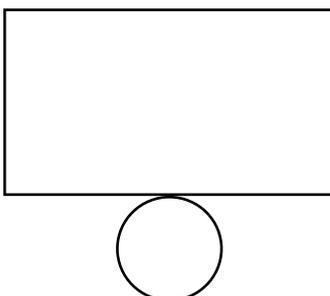


- Schneide dann die Rolle senkrecht so auf, dass du sie auffalten und flach hinlegen kannst. Welche ebene Figur entsteht?
- Lege die aufgefaltete Rolle und die beiden Kreise aneinander, sodass du es zu einem Zylinder falten könntest. Umrande mit einem Stift. Es entsteht ein Zylindernetz.

Bild 25 und 26 „Schere“, „Zylinder“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 27 und 28 „Papprolle“, „Papprolle aufgeschnitten“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Lukas und Marie wollen jeweils einen Zylinder herstellen.

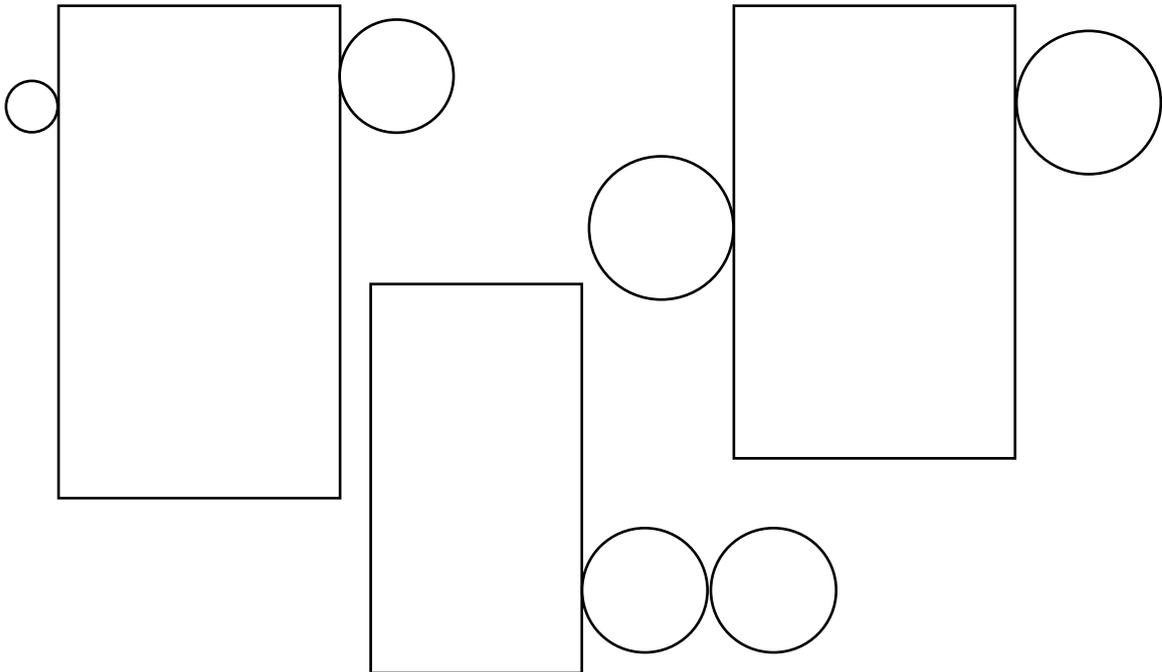
- Welche Fläche fehlt in beiden Abbildungen? Ergänze sie.
- Falte die beiden Netze gedanklich zu Zylindern.
- Vergleiche die beiden Zylinder und beschreibe sie. Welcher ist höher? Welcher hat die größere Grundfläche?



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

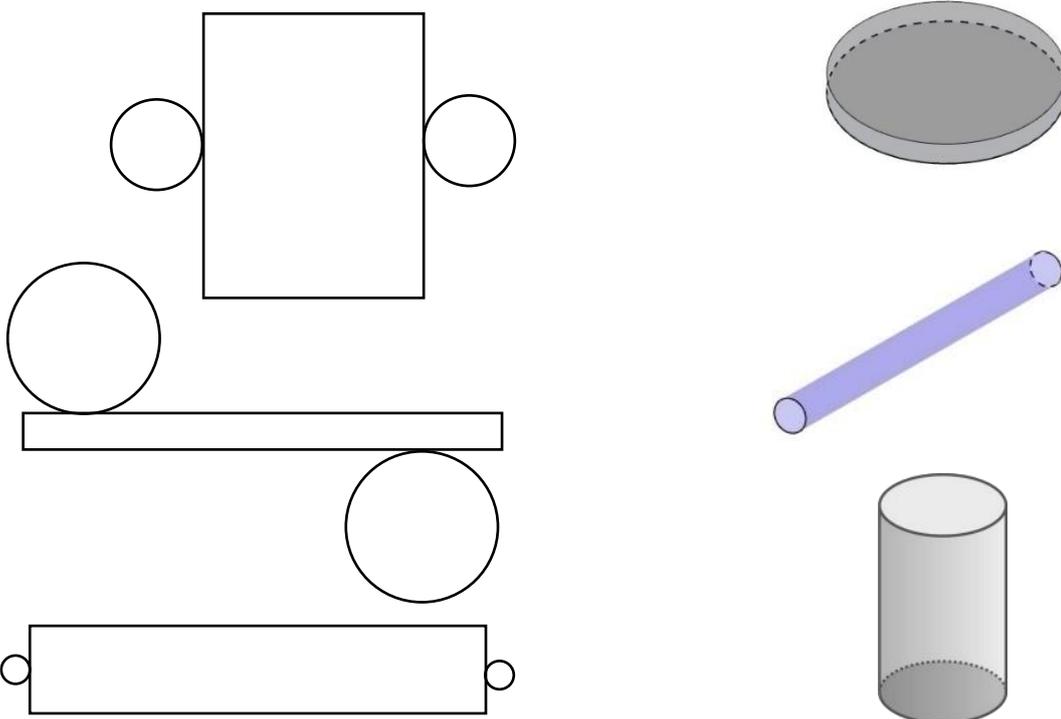
Aus welchen Abbildungen kannst du einen Zylinder falten, aus welchen nicht?

- Begründe.

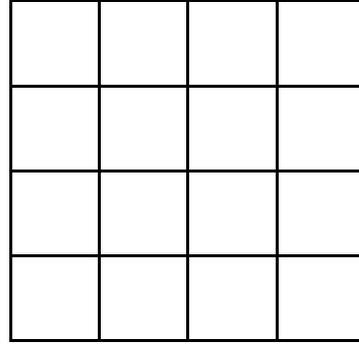
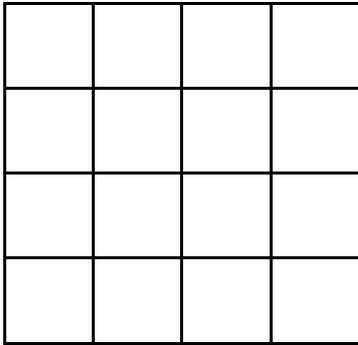
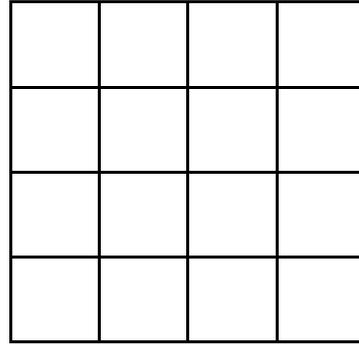
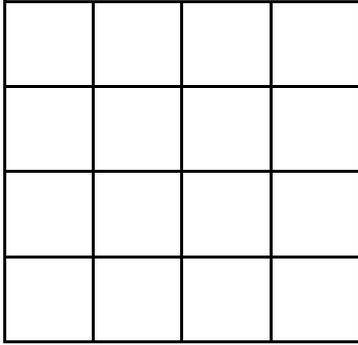


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

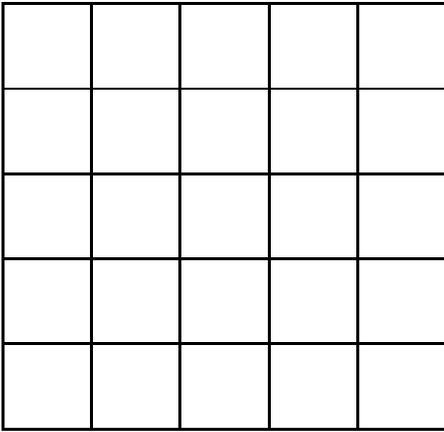
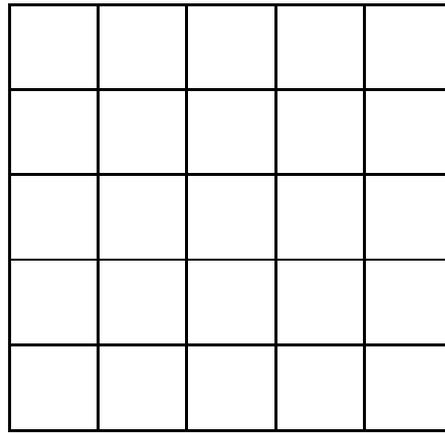
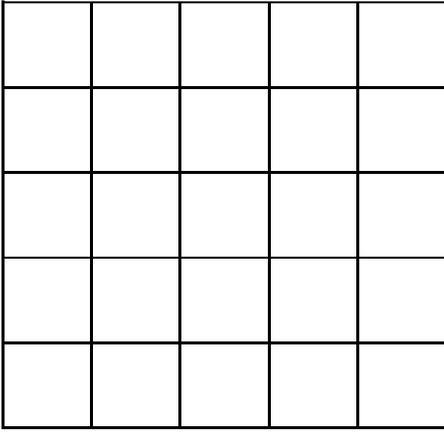
- Ordne jedem Körpernetz einen Zylinder zu. Begründe deine Auswahl.



Kopiervorlage A

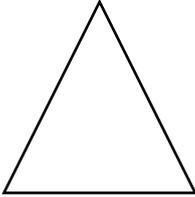
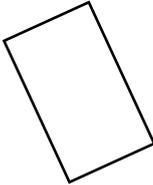
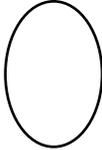
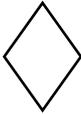
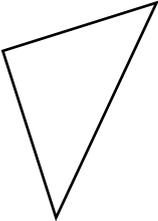
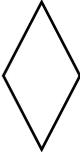
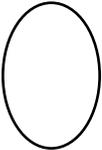
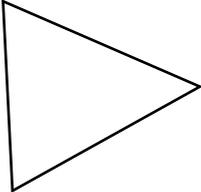
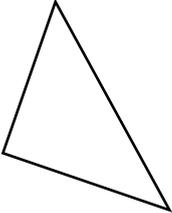


Kopiervorlage B

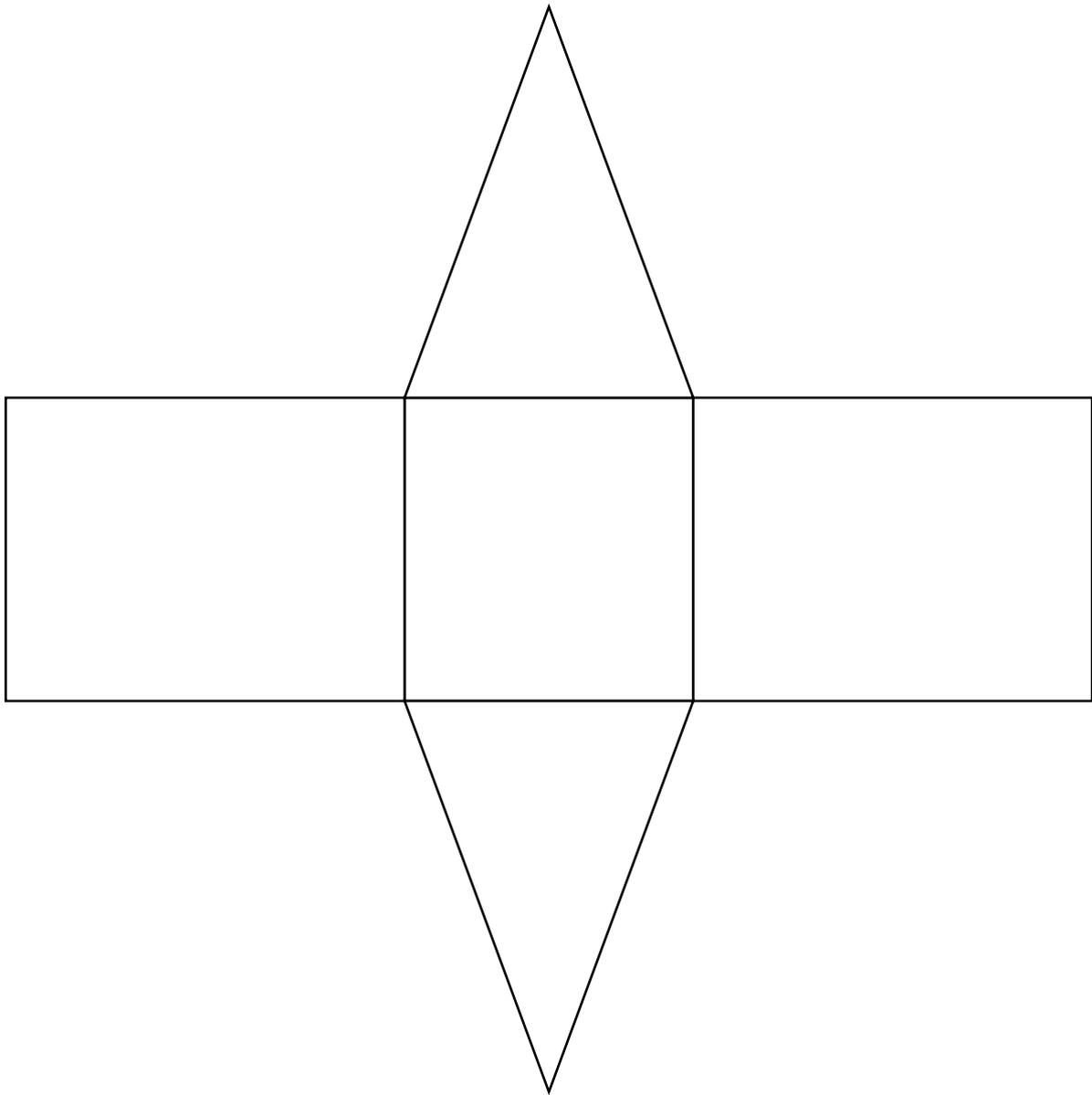


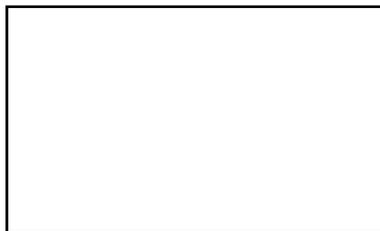
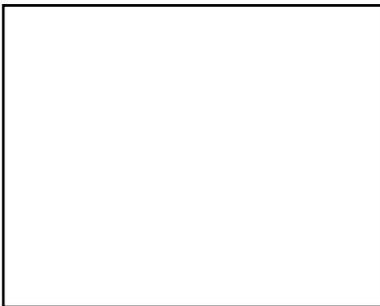
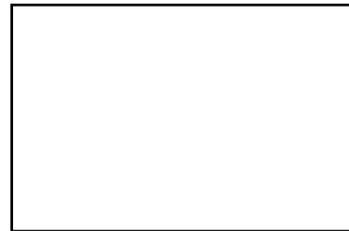
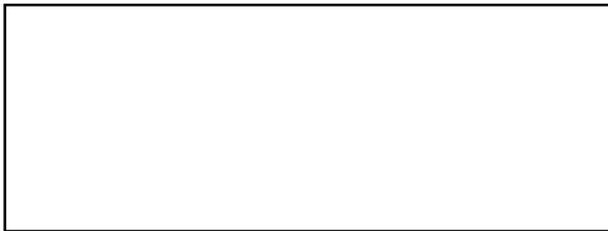
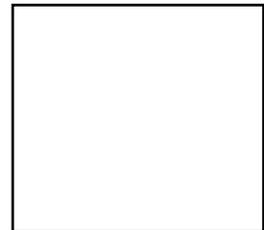
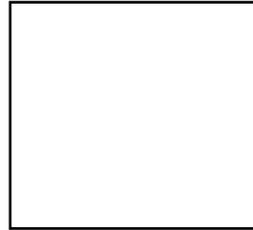
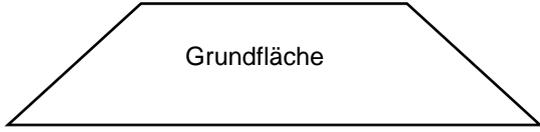
Kopiervorlage C

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

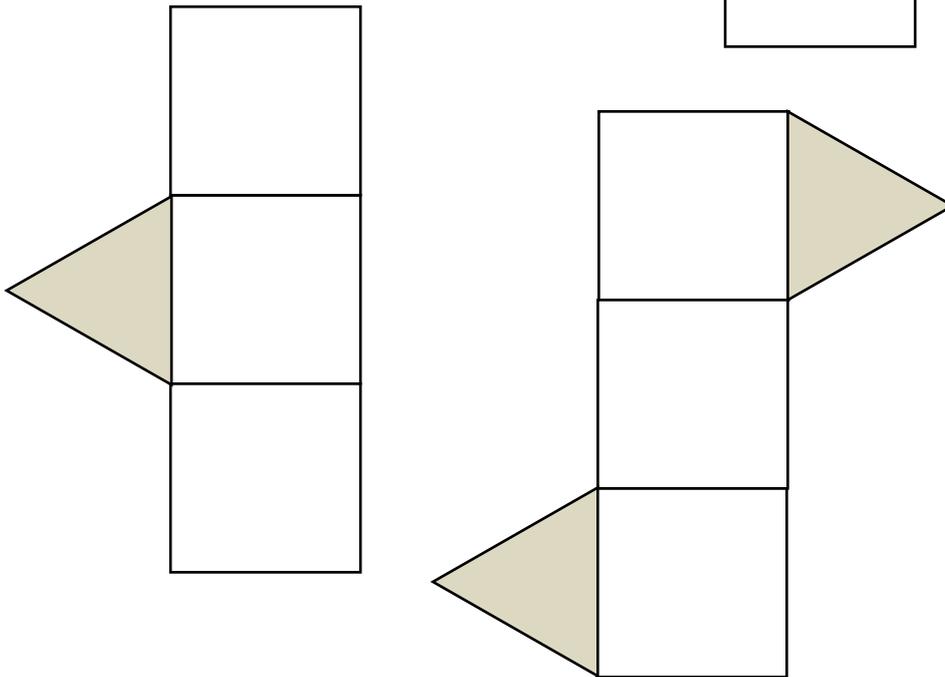
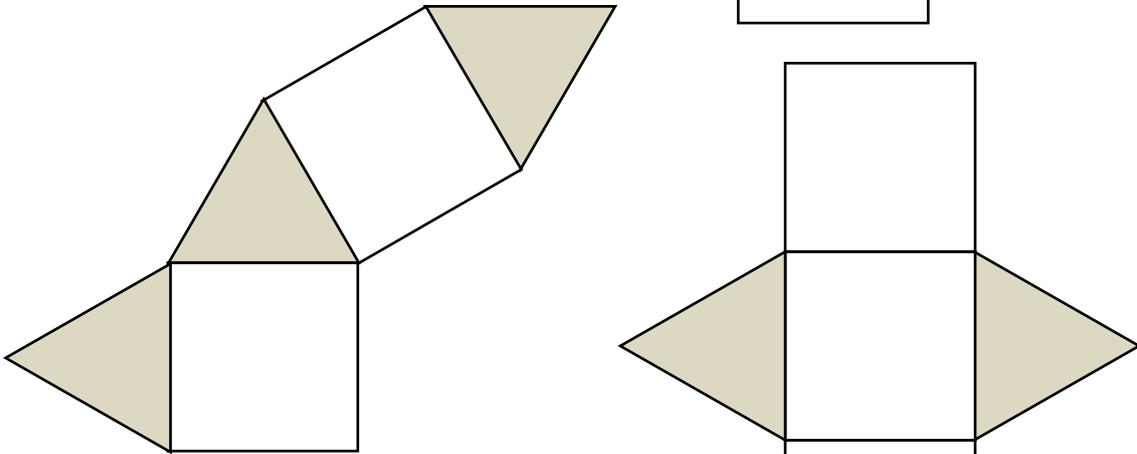
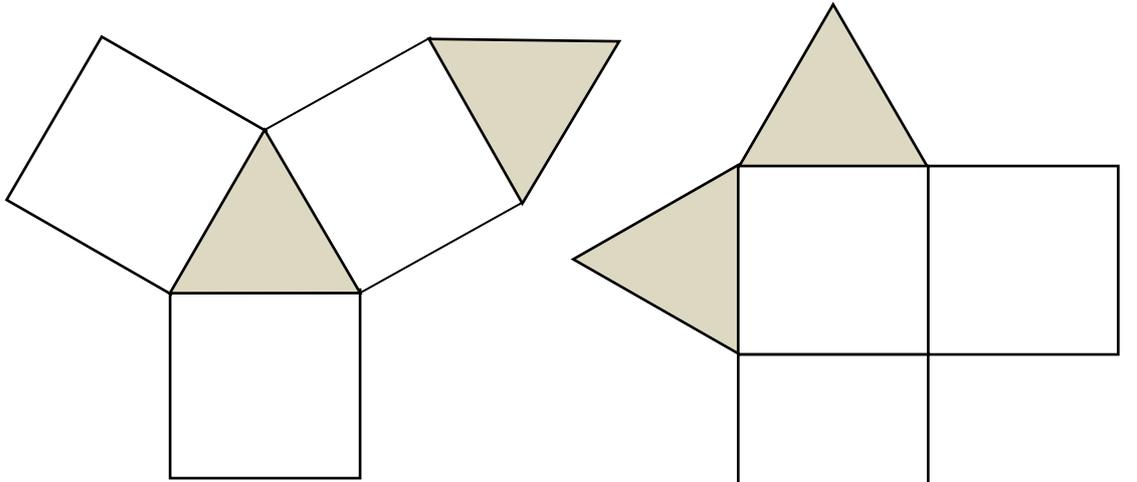
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0





Kopiervorlage F

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

