

**Darum geht es**

„Die Bedeutung der Rechenoperationen ist zentral – insbesondere auch bei der Verwendung von technischen Hilfsmitteln (Taschenrechnern) – in Alltagskontexten. Die Entscheidung, mit welchem Rechenzeichen die Zahlen einer Problemstellung verknüpft werden müssen, geschieht auf der Grundlage der Aktivierung von Operationsvorstellungen.

Ein besonderes Merkmal der Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen bei Brüchen ist, dass zwar die Addition und Subtraktion nach wie vor als Hinzufügen und Zusammenfassen bzw. Wegnehmen und Unterschied bestimmen interpretiert werden kann. Nicht mehr tragfähig sind jedoch die Grundvorstellungen zur Multiplikation als Vervielfachen und die der Division als Verteilen. Bei diesen Operationen führen diese (bei natürlichen Zahlen tragfähigen) Modelle nun zu Fehlvorstellungen. Die Multiplikation kann als Anteilbildung und die Division als Aufteilen bzw. Ausmessen tragfähig interpretiert werden.

Können Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen nicht aktiviert werden, so ist eine Bearbeitung von Textaufgaben nicht möglich. Besonders problematisch sind Fehlvorstellungen („Multiplizieren vergrößert immer“) oder die Orientierung an Oberflächenmerkmalen im Text wie Signalwörtern („von bedeutet immer mal“, „mehr bedeutet immer plus“).

(LISUM, 2019; Handbuch ILeA plus, S. 175 - 176)

**Übersicht über die Förderaufgaben**

1. Addieren von Brüchen zu einem Ganzen am Streifenmodell
2. Addieren am Streifenmodell in einer Sachsituation
3. Addieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern in einer Sachsituation
4. Subtrahieren am Streifenmodell in einer Sachsituation
5. Subtrahieren von Brüchen am Zehnerstreifen
6. Zeichnen von Streifenmodellen zu Subtraktionsaufgaben
7. Addieren am Fünferstreifen über ein Ganzes hinaus
8. Addieren am Achterstreifen über ein Ganzes hinaus
9. Addieren und Subtrahieren am Fünferbruchstreifen über ein Ganzes hinaus
10. Addieren und Subtrahieren am Viererbruchstreifen über ein Ganzes hinaus
11. Darstellen einer einfachen Additionsaufgabe mit verschiedenen Nennern durch Papierfalten
12. Darstellen einer Additionsaufgabe mit verschiedenen Nennern durch Papierfalten
13. Zuordnen eines passenden Bildes zu einer Sachsituation
14. Vervielfältigen von Vierteln durch Papierfalten
15. Vervielfältigen von Achteln durch Papierfalten
16. Multiplikation eines Bruchs mit einer natürlichen Zahl am Rechteckmodell
17. Multiplizieren eines Bruchs durch wiederholtes Addieren
18. Multiplizieren eines Bruchs mit einem ganzzahligen Faktor am Streifenmodell
19. Entwickeln der „Von-Vorstellung“ in einer Sachsituation
20. Entwickeln der „Von-Vorstellung“ durch Papierfalten
21. Entwickeln der „Von-Vorstellung“ am Rechteckmodell – ein Halb von ein Halb
22. Entwickeln der „Von-Vorstellung“ am Rechteckmodell
23. Erkennen der Gleichwertigkeit von Brüchen bei der „Von-Vorstellung“
24. Ergänzen von Termen zur „Von-Vorstellung“ am Rechteckmodell
25. Zuordnen von Aufgabe und Darstellung am Rechteckmodell
26. Multiplizieren von Brüchen mit Flächendarstellung
27. Multiplizieren von Brüchen am Rechteckmodell
28. Herstellen des Zusammenhangs zwischen der Multiplikation und der „Von-Vorstellung“

29. Nutzen der „Von-Vorstellung“ zum Multiplizieren am Rechteckmodell
30. Erkennen der Eigenschaften des Produkts beim Multiplizieren von Brüchen
31. Darstellen der Division durch Papierfalten
32. Darstellen der Division durch Papierfalten und Finden einer passenden Divisionsaufgabe
33. Dividieren von Brüchen in einer Sachsituation
34. Erkennen von Eigenschaften des Quotienten beim Dividieren von Brüchen
35. Finden von Divisionsaufgaben zu einer Sachsituation
36. Entwickeln einer Vorstellung zum Multiplizieren von Dezimalzahlen
37. Multiplizieren von Dezimalzahlen am Rechteckmodell
38. Lösen der Multiplikation von Dezimalzahlen am Rechteckmodell
39. Dividieren von Dezimalzahlen in einer Sachsituation
40. Dividieren von Dezimalzahlen am Bruchstreifen
41. Dividieren durch eine Dezimalzahl am Zahlenstrahl
42. Dividieren von Dezimalzahl durch Dezimalzahl am Zahlenstrahl
43. Zuordnen von Multiplikationsaufgaben mit Brüchen zu Sachsituationen
44. Zuordnen von Sachkontexten zu Bildern
45. Finden von passenden Aufgaben zu Situationen mit Brüchen
46. Erzählen einer Geschichte zu einer Additionsaufgabe mit Brüchen
47. Zuordnen von Divisionsaufgaben mit Dezimalzahlen zu Sachsituationen
48. Finden von Aufgaben mit Dezimalzahlen zu Sachsituationen

## Addieren von Brüchen zu einem Ganzen am Streifenmodell

1

Die Additionsaufgabe  $\frac{2}{6} + \frac{4}{6} = 1$  wird am Bruchstreifen dargestellt.



- Erkläre, wie du die Aufgabe am Bruchstreifen löst. Erkläre das Ergebnis.
- Finde eine weitere Additionsaufgabe mit Brüchen mit dem Ergebnis 1.
- Zeichne ein Bild dazu.

## Addieren am Streifenmodell in einer Sachsituation

2

Ella will eine Apfelschorle herstellen.

Sie hat  $\frac{2}{6}$  Liter Saft und  $\frac{4}{6}$  Liter Mineralwasser bereitgestellt.

- Wie viel Liter Apfelschorle kann sie damit herstellen?



- Welche der Additionsaufgaben passt zu der Situation und zum Bild?

$$\frac{2}{6} + \frac{4}{6}$$

$$\frac{4}{6} + \frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{4}{2}$$

$$\frac{6}{2} + \frac{6}{4}$$

Addieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern in einer Sachsituation

3

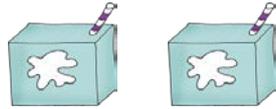
Für den Ausflug darf sich jedes Kind so viele Trinkpäckchen mitnehmen, wie es möchte.

Es gibt Päckchen mit  $\frac{1}{2}$  Liter und Päckchen mit  $\frac{1}{4}$  Liter.

Susi und Peter meinen, dass ein  $\frac{3}{4}$  Liter für jeden von ihnen ausreichend ist.

Peter nimmt sich drei Päckchen mit  $\frac{1}{4}$  Liter.

Susi nimmt sich ein Päckchen mit  $\frac{1}{2}$  Liter und ein Päckchen mit  $\frac{1}{4}$  Liter.



- Wie viel Liter hat jedes Kind eingepackt?
- Finde für Susi und für Peter jeweils eine passende Aufgabe und schreibe sie auf.

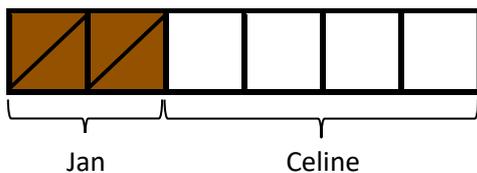


Bild 1 und 2: Trinkpäckchen und Kinder, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Subtrahieren am Streifenmodell in einer Sachsituation

4

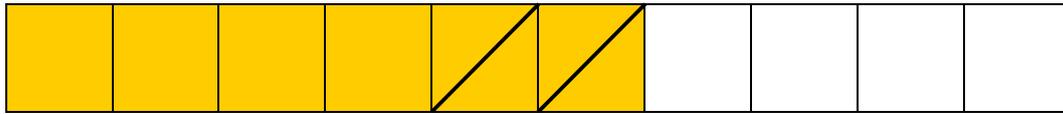
Celine und Jan teilen einen Schokoriegel.



Celine will wissen, wie groß ihr Anteil ist. Sie schreibt eine Subtraktionsaufgabe:

$$\frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

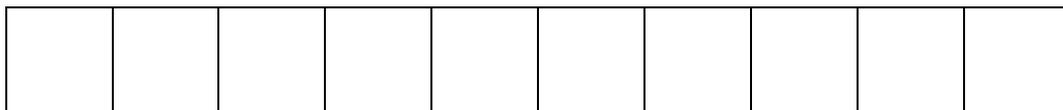
- Zeige die Subtraktionsaufgabe im Bild.
- Wie groß ist Jans Anteil? Finde eine passende Minusaufgabe.



Diese Subtraktionsaufgabe passt zum Bild.

$$\frac{6}{10} - \frac{2}{10} = \frac{4}{10}$$

- Zeige im Bild, wo du den Minuenden, den Subtrahenden und die Differenz siehst.



- Färbe den Streifen passend zur Subtraktionsaufgabe ein.

$$\frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{\square}{\square}$$

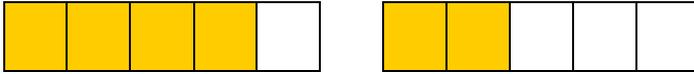
- Ergänze das Ergebnis.
- Zeichne selbst Bilder mit Bruchstreifen zu diesen Aufgaben. Zeichne auf kariertem Papier. Nutze die Kästchen auf dem Papier, um die Bruchstreifen zu zeichnen.

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square}$$

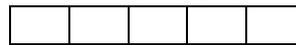
- Ergänze die Ergebnisse.

Für die Aufgabe  $\frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square}$  benutzt Joris zwei Fünferbruchstreifen.

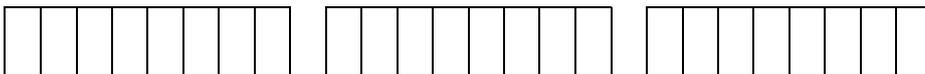


- Erkläre, warum Joris zwei Fünferbruchstreifen benutzen muss.
- Lies das Ergebnis am Bruchstreifen ab.
- Beschreibe deinen Lösungsweg.

Ein Fünferbruchstreifen  
ist ein Ganzes.



- Markiere die Aufgabe  $\frac{9}{8} + \frac{11}{8} = \frac{\square}{\square}$  am Achterbruchstreifen.



- Gib ein Ergebnis an.  
Was fällt dir auf?

Ein Achterbruchstreifen  
ist ein Ganzes.



Zahlen und Operationen Niveaustufe D	GV	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen
Addieren und Subtrahieren am Fünferbruchstreifen über ein Ganzes hinaus		<b>9</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Finde eine passende Additionsaufgabe zu den Bruchstreifen.</li> <li>Nenne das Ergebnis.</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin: 10px 0;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>Finde eine passende Subtraktionsaufgabe zu den Bruchstreifen.</li> <li>Nenne das Ergebnis.</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin: 10px 0;"> </div>		

Zahlen und Operationen Niveaustufe D	GV	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen
Addieren und Subtrahieren am Viererbruchstreifen über ein Ganzes hinaus		<b>10</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Markiere die Aufgabe an den Streifen. Ein Streifen ist immer ein Ganzes.</li> <li>Entscheide jeweils, wie viele Streifen gebraucht werden.</li> <li>Benenne das Ergebnis.</li> </ul> <div style="margin: 10px 0;"> <math display="block">\frac{5}{4} + \frac{7}{4} = \frac{\square}{\square}</math> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> </div> </div> <div style="margin: 10px 0;"> <math display="block">\frac{11}{4} - \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}</math> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>Beobachte:             <ul style="list-style-type: none"> <li>Was passiert mit den Zählern?</li> <li>Was passiert mit den Nennern?</li> </ul> </li> </ul>		

**Material: Papier**

- Falte ein Blatt Papier einmal genau in der Mitte.
- Falte es noch einmal genau in der Mitte und falte es anschließend wieder auf.
- Zeige und erkläre an deinem Papier, dass gilt:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

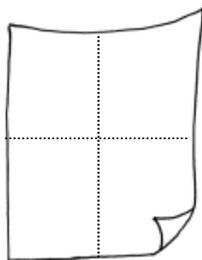
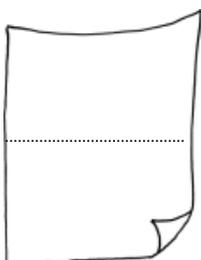


Bild 5: Papier, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

**Material: Papier**

- Falte ein Blatt Papier einmal genau in der Mitte.



- Falte es noch einmal genau in der Mitte und falte es anschließend ein drittes Mal genau in der Mitte.
- Falte auf.
- Zeige und erkläre an deinem Papier, dass gilt:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

Bild 6: Papier, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

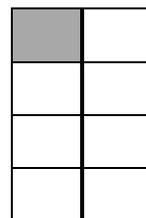
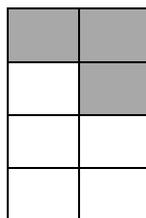
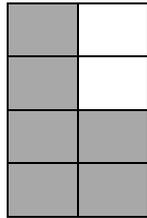
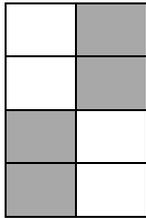
Der Vater hat 2000 € gewonnen.

Er schenkt seinen beiden Kindern jeweils  $\frac{1}{8}$  des Geldes.

Die Hälfte des Gewinns gibt er für einen Urlaub aus.

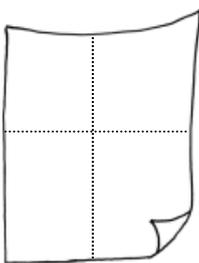
Den Rest will er sparen.

- Welches Bild passt zur Aufgabe?



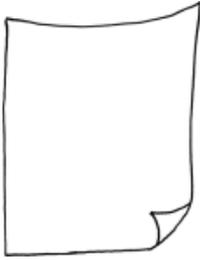
- Welchen Anteil des Geldes hat der Vater bereits genutzt?

**Material:** Papier, Stifte



- Falte das Papier einmal in der Mitte und noch einmal in der Mitte, sodass gleich große Teile entstehen. Falte auseinander.
- Kennzeichne  $\frac{3}{4}$  von diesem Blatt.
- Erkläre mithilfe des Blattes, dass die Aufgabe  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  zu  $\frac{3}{4}$  passt.
- Warum passt auch  $3 \cdot \frac{1}{4}$  zu  $\frac{3}{4}$ ? Erkläre.

**Material:** Papier



- Falte das Papier dreimal jeweils in der Mitte, sodass gleich große Teile entstehen. Falte auseinander.
- Zeige die Aufgabe  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  am Papier und zeige die Aufgabe  $5 \cdot \frac{1}{8}$ .
- Löse die Aufgaben.

Bild 8: Papier, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

- Ergänze die Tabelle. Erkläre, wie du das machst.

Bild	Addition	Multiplikation	Ergebnis
	$\frac{2}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$	_____ · _____	$\frac{6}{8}$
		$2 \cdot \frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$
	$\frac{3}{12} + \frac{3}{12} + \frac{3}{12}$		

$$3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3}$$

Maria stellt die Aufgabe an den Streifen dar:



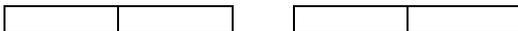
- Erkläre, wie Maria die Aufgabe dargestellt hat.

Maria sagt: „ $3 \cdot \frac{2}{3}$  sind auch 2 Ganze.“



- Färbe die beiden Streifen mit rot, grün und blau so ein, dass man sehen kann, dass Maria Recht hat.
- Erkläre.

- Stelle an den Streifen durch Einfärben  $2 \cdot \frac{3}{2}$  dar.

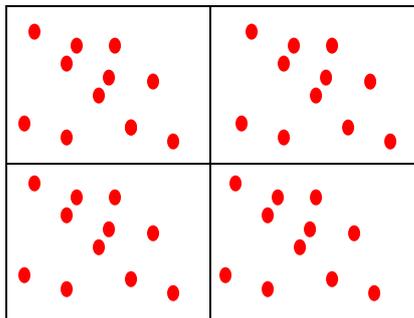


- Zeige an deinem Bild das Ergebnis von  $2 \cdot \frac{3}{2}$ .
- Welche Additionsaufgabe passt zu  $2 \cdot \frac{3}{2}$ ?

Gib mir bitte ein Viertel von deinen Bonbons ab.



Ok, du bekommst genau ein Viertel von meinen Bonbons. Ich habe sie gezählt. Es sind 44 in der Tüte.



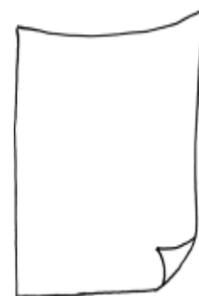
Links siehst du 44 Bonbons. Sie sind gleichmäßig auf die 4 Felder verteilt.

- Markiere ein Viertel.
- Wie viel ist  $\frac{1}{4}$  von 44 Bonbons? Bestimme die Anzahl.

Bild 9: Kinder, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

**Material:** Papier

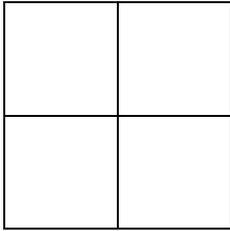
Was bedeutet ein Halb von  $\frac{1}{2}$ ?



- Falte ein Blatt Papier einmal. Nun hast du  $\frac{1}{2}$  von dem ganzen Blatt.
- Falte es noch mal, so hast du die Hälfte von der Hälfte, also ein Halbes von  $\frac{1}{2}$ .
- Male die Oberseite deines gefalteten Blattes bunt an. Falte anschließend das Blatt wieder ganz auf. Wie groß ist nun der bunte Anteil vom ganzen Blatt?
- Ergänze:  $\frac{1}{2}$  von  $\frac{1}{2}$  ist —.

Bild 10 bis 11: Junge und Papier, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

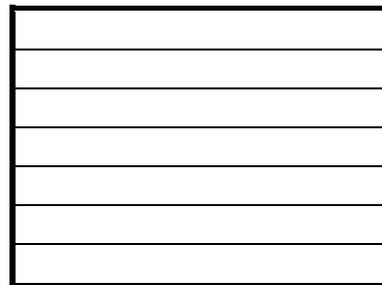
Das große Quadrat ist ein Ganzes.



- Markiere  $\frac{1}{2}$  durch Schraffieren in Farbe.
- Markiere nun  $\frac{1}{2}$  von der Hälfte (der schraffierten Fläche).
- Erkläre an deinem Bild, welcher Anteil  $\frac{1}{2}$  von  $\frac{1}{2}$  ist.
- Benenne den Bruch.

Wie viel ist  $\frac{1}{2}$  von  $\frac{2}{7}$ ?

$\frac{1}{2}$  von  $\frac{2}{7}$  bedeutet, dass ich die Hälfte von  $\frac{2}{7}$  nehmen muss.



- Färbe  $\frac{2}{7}$  vom Ganzen an dem abgebildeten Rechteck.
- Markiere die Hälfte von  $\frac{2}{7}$ , indem du sie schraffierst.
- Welchen Anteil vom Ganzen hast du jetzt schraffiert? Benenne ihn.

Wie viel ist  $\frac{1}{2}$  von  $\frac{2}{7}$ ?



$\frac{1}{2}$  von  $\frac{2}{7}$  ist  $\frac{1}{7}$ !



$\frac{1}{2}$  von  $\frac{2}{7}$  ist  $\frac{2}{14}$ !


Warum haben beide Kinder Recht?

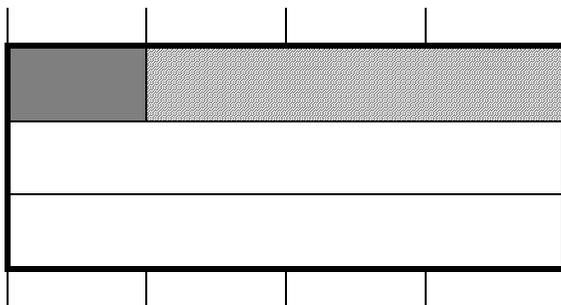
- Zeige und begründe an dem abgebildeten Rechteck.

Bild 13 und 14: Junge und Mädchen, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

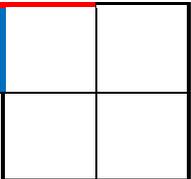
Das große Rechteck ist ein Ganzes.

- Ergänze passend zum Bild.

$\frac{1}{4}$  von  $\frac{\square}{\square}$  ist  $\frac{\square}{\square}$ .



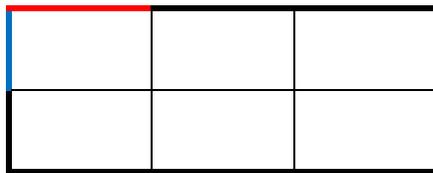
<b>Zahlen und Operationen</b> Niveaustufe D	<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <span style="font-size: 24px; font-weight: bold;">GV</span> </div>	<b>Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen</b>																																																		
Zuordnen von Aufgabe und Darstellung am Rechteckmodell		25																																																		
<p>Welches Bild passt zu welcher Aufgabe?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Begründe deine Entscheidung.</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="background-color: #d9d9d9; padding: 10px; border: 1px solid #ccc;"> <math>\frac{1}{4}</math> von <math>\frac{1}{7}</math> </div> <div style="background-color: #d9d9d9; padding: 10px; border: 1px solid #ccc;"> <math>\frac{1}{3}</math> von <math>\frac{1}{4}</math> </div> <div style="background-color: #d9d9d9; padding: 10px; border: 1px solid #ccc;"> <math>\frac{1}{2}</math> von <math>\frac{1}{10}</math> </div> </div> <div style="margin-top: 20px;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr style="background-color: #d9d9d9;"> <td style="width: 60%;"></td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>   <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr style="background-color: #d9d9d9;"> <td style="width: 25%;"></td> <td style="width: 25%;"></td> <td style="width: 25%;"></td> <td style="width: 25%;"></td> </tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>   <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr style="background-color: #d9d9d9;"> <td style="width: 33%;"></td> <td style="width: 33%;"></td> <td style="width: 33%;"></td> </tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table> </div>																																																				

<b>Zahlen und Operationen</b> Niveaustufe D	<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <span style="font-size: 24px; font-weight: bold;">GV</span> </div>	<b>Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen</b>
Multiplizieren von Brüchen mit Flächendarstellung		26
<p>Leo stellt die Aufgabe <math>\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}</math> an einem Quadrat dar.</p> <p>Er markiert jeweils die Hälfte der Seitenlängen vom großen Quadrat in blau und in rot.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>Leo sagt: „<math>\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}</math> ist dann eine Fläche.“</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zeige den ersten und den zweiten Bruch im Bild.</li> </ul> <p style="margin-top: 20px;">Leo rechnet: <math>\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zeige auch das Ergebnis im Bild.</li> </ul>		

Max will die Aufgabe  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$  darstellen.

Er markiert  $\frac{1}{3}$  der einen Seitenlänge des Rechtecks rot und er markiert  $\frac{1}{2}$  der anderen Seitenlänge des Rechtecks blau.

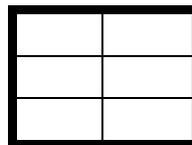
- Zeige  $\frac{1}{3}$  und  $\frac{1}{2}$ , so wie Max markiert hat.
- Markiere die Fläche, die das Ergebnis von  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$  veranschaulicht.
- Welcher Anteil ist diese Fläche von dem großen Rechteck? Ergänze die Rechnung unten.



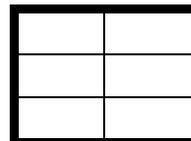
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$

- Stelle die Aufgabe  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$  im großen Rechteck dar. Ergänze:

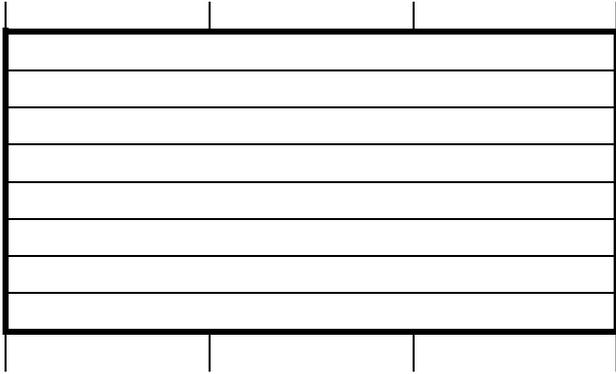
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} =$$

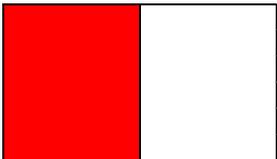
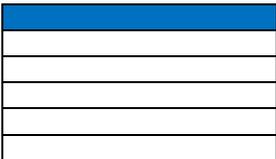
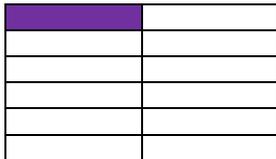
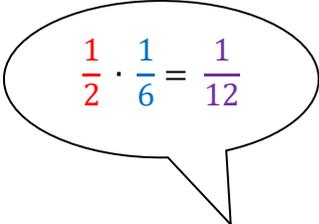
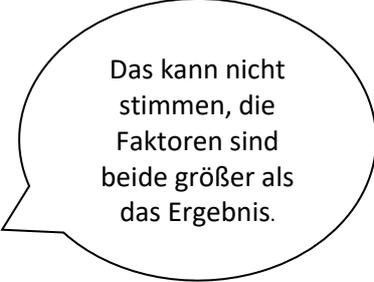
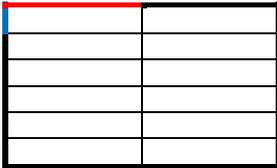


- Stelle  $\frac{1}{2}$  von  $\frac{1}{3}$  im großen Rechteck dar. Ergänze:  
 $\frac{1}{2}$  von  $\frac{1}{3}$  ergibt den Anteil von — des Ganzen.

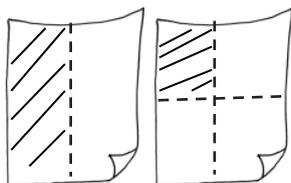


- Maria behauptet: „ $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$  ist ja das Gleiche wie  $\frac{1}{2}$  von  $\frac{1}{3}$ .“  
Hat sie Recht?
- Erkläre mithilfe der Bilder.

<b>Zahlen und Operationen</b> Niveaustufe D	<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <span style="font-size: 24px; font-weight: bold;">GV</span> </div>	<b>Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen</b>
Nutzen der „Von-Vorstellung“ zum Multiplizieren am Rechteckmodell		29
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ermittle das Ergebnis für <math>\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}</math>.</li> <li>Färbe zunächst <math>\frac{1}{8}</math> am ganzen Rechteck ein. Schraffiere anschließend <math>\frac{1}{3}</math> von dem eingefärbten Achtel genau.</li> <li>Ermittle nun für den schraffierten Anteil den passenden Bruch.</li> </ul> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>		

<b>Zahlen und Operationen</b> Niveaustufe D	<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <span style="font-size: 24px; font-weight: bold;">GV</span> </div>	<b>Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen</b>
Erkennen der Eigenschaften des Produkts beim Multiplizieren von Brüchen		30
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p><math>\frac{1}{2}</math></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><math>\frac{1}{6}</math></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><math>\frac{1}{12}</math></p> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  <p><math>\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}</math></p> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  <p>Das kann nicht stimmen, die Faktoren sind beide größer als das Ergebnis.</p> </div> <div style="margin-top: 20px;">  </div>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Zeige an dem unteren Rechteck: Beim Multiplizieren zweier Brüchen kann das Produkt kleiner sein als seine Faktoren.</li> </ul>		

**Material:** Zwei gleich große Blätter Papier



- Falte ein Blatt Papier einmal. Du erhältst  $\frac{1}{2}$ .
- Falte ein weiteres Blatt Papier zwei Mal. Der Anteil, der entsteht, ist  $\frac{1}{4}$ .
- Wie oft passt  $\frac{1}{4}$  in  $\frac{1}{2}$  ?
- Erkläre mithilfe der beiden Blätter.

Maxi sagt: „Dazu passt die Aufgabe  $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ .“

- Lies das Ergebnis der Aufgabe ab. Erkläre wie du darauf kommst.

Bild 16 und 17: Papier, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

**Material:** Zwei Blätter Papier, gleich groß

- Falte ein Blatt Papier einmal. Du erhältst  $\frac{1}{2}$ .
- Falte ein weiteres Blatt zwei Mal. Der Anteil, der entsteht, ist  $\frac{1}{4}$ .



$\frac{1}{4}$  passt in  $\frac{1}{2}$   
zweimal rein. Aber  
wie oft passt  $\frac{1}{2}$  in  $\frac{1}{4}$  ?



$\frac{1}{2}$  ist ja viel größer als  $\frac{1}{4}$ .  
Es passt nicht ganz hin-  
ein.



Ich glaube, ich weiß die Lösung:  $\frac{1}{2}$  passt in  $\frac{1}{4}$   
genau ein halbes Mal rein.

- Zeige und erkläre an deinem Blatt die Aussagen der beiden Mädchen.
- Finde eine passende Divisionsaufgabe.

Bild 18, 19 und 20: Papiere, Kinder und Mädchen, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Jona und Lara wollen 2 Liter Tee für ihre Freunde in Gläser abfüllen.

In jedes Glas passt genau  $\frac{1}{2}$  Liter. Wie viele Gläser können sie füllen?

- Markiere die Gläser, die sie füllen können.
- Erkläre, wie du darauf kommst.

Lara sagt: „Ich habe überlegt, wie oft  $\frac{1}{2}$  Liter in 2 Liter reinpasst.“

Jona sagt: „Wir haben 2 Liter auf die  $\frac{1}{2}$ -Liter-Gläser aufgeteilt.“

- Erkläre, warum zu dieser Situation die Aufgabe  $2 : \frac{1}{2}$  passt.

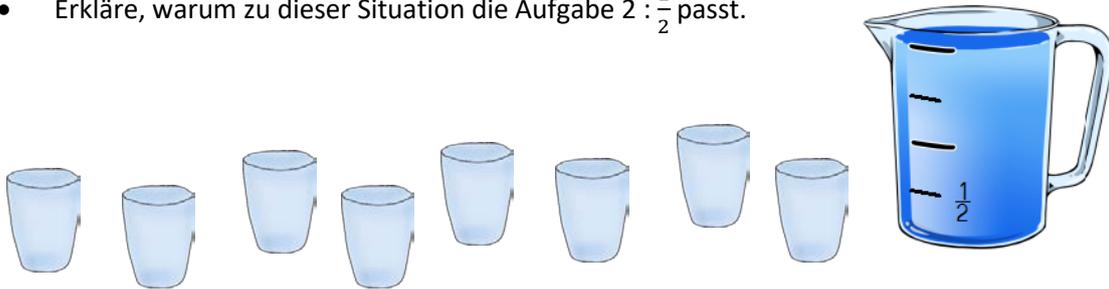


Bild 21 und 22: Messbecher und Trinkbecher, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Jona und Lara stellen fest:

„Mit 2 Litern Tee können wir genau 4 der  $\frac{1}{2}$ -Liter-Gläser füllen.“

Sie schreiben dazu die Aufgabe  $2 : \frac{1}{2} = 4$

Jona fällt auf: „Das Ergebnis ist größer als die beiden Zahlen, mit denen ich rechne.“

- Erkläre mithilfe des Bildes, warum das so ist.



Bild 23 und 24: Trinkbecher und Messbecher, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

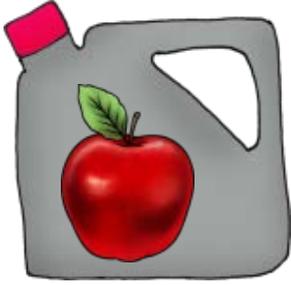
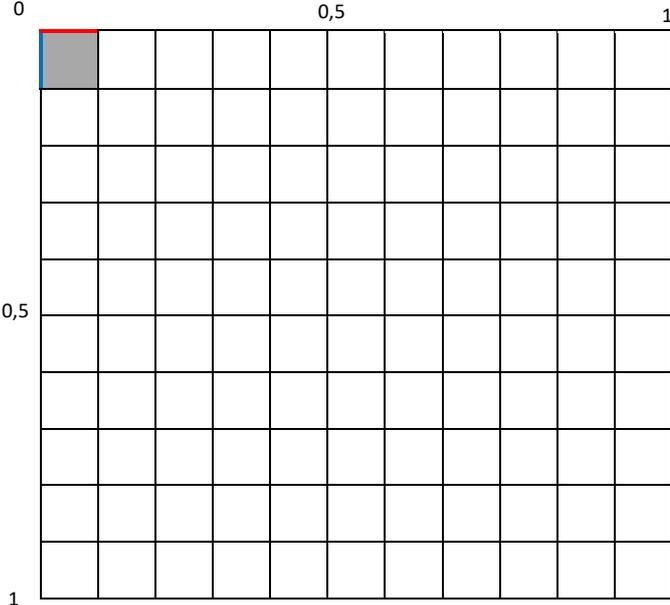
<b>Zahlen und Operationen</b> Niveaustufe D	<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <span style="font-size: 24px; font-weight: bold;">GV</span> </div>	<b>Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen</b>
Finden von Divisionsaufgaben zu einer Sachsituation		35
<p>Für das Klassenfest kauft Frau Ludwig einen 5-Liter-Kanister Apfelsaft.</p> <p>Es gibt Pappbecher, in die <math>\frac{1}{2}</math> Liter passt.</p> <p>Wie viele Becher Saft kann sie mit dem 5-Liter-Kanister füllen?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zeichne die Becher, die sie mit den 5 Litern Saft füllen kann.</li> </ul> <div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>Welche Divisionsaufgabe gehört zu dieser Rechnung? Erkläre.</li> </ul> <p>Es gibt auch Pappbecher, in die passt <math>\frac{1}{4}</math> Liter.</p> <p>Wie viele von dieser Sorte kann sie mit dem 5-Liter-Kanister füllen?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>Welche Divisionsaufgabe gehört dazu? Erkläre.</li> </ul>		

Bild 25, 26 und 27: Trinkbecher, Kanister und Apfel, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

<b>Zahlen und Operationen</b> Niveaustufe D	<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> <span style="font-size: 24px; font-weight: bold;">GV</span> </div>	<b>Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen</b>										
Entwickeln einer Vorstellung zum Multiplizieren von Dezimalzahlen		36										
<p>Das große Quadrat ist ein Ganzes. Die Länge der Seite des großen Quadrats ist 1.</p> <p><math>0,1 \cdot 0,1</math> wird dargestellt. Das Produkt ist das ausgemalte Feld.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Erkläre an der Abbildung, dass das Ergebnis von <math>0,1 \cdot 0,1</math> ein Hundertstel ist.</li> <li>Trage das Ergebnis in die Stellenwerttafel ein.</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr style="background-color: #d3d3d3;"> <td style="padding: 5px;">Z</td> <td style="padding: 5px;">E</td> <td style="padding: 5px;">z</td> <td style="padding: 5px;">h</td> <td style="padding: 5px;">t</td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>Schreibe das Ergebnis als Dezimalzahl: <math>0,1 \cdot 0,1 = \underline{\hspace{2cm}}</math>.</li> </ul> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div>			Z	E	z	h	t					
Z	E	z	h	t								

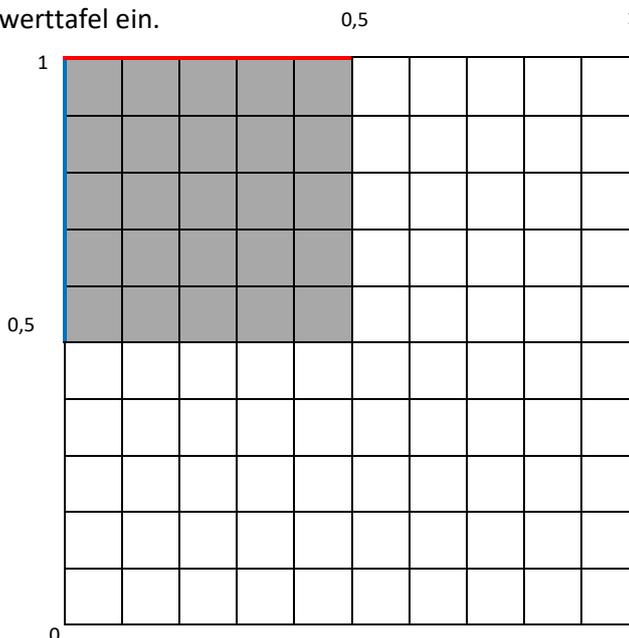
Das Ergebnis zu der Aufgabe  $0,5 \cdot 0,5$  ist im Quadrat markiert.

Wie viele Hundertstel sind markiert?

- Trage das Ergebnis in die Stellenwerttafel ein.

Z	E	z	h	t

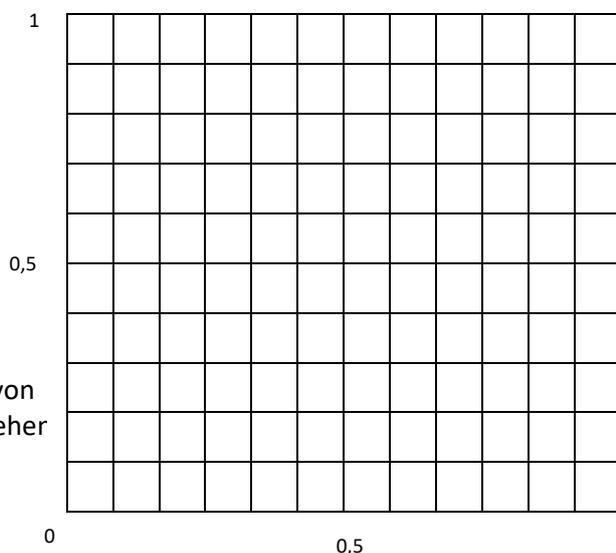
- Schreibe das Ergebnis als Dezimalzahl:  
 $0,5 \cdot 0,5 = \underline{\hspace{2cm}}$ .



- Markiere  $0,7 \cdot 0,3$  an den Seiten des großen Quadrats.
- Beschrifte am Rand  $0,7$  und  $0,3$ .
- Markiere die Fläche, die das Produkt  $0,7 \cdot 0,3$  darstellt.
- Trage das Ergebnis in die Stellenwerttafel ein.

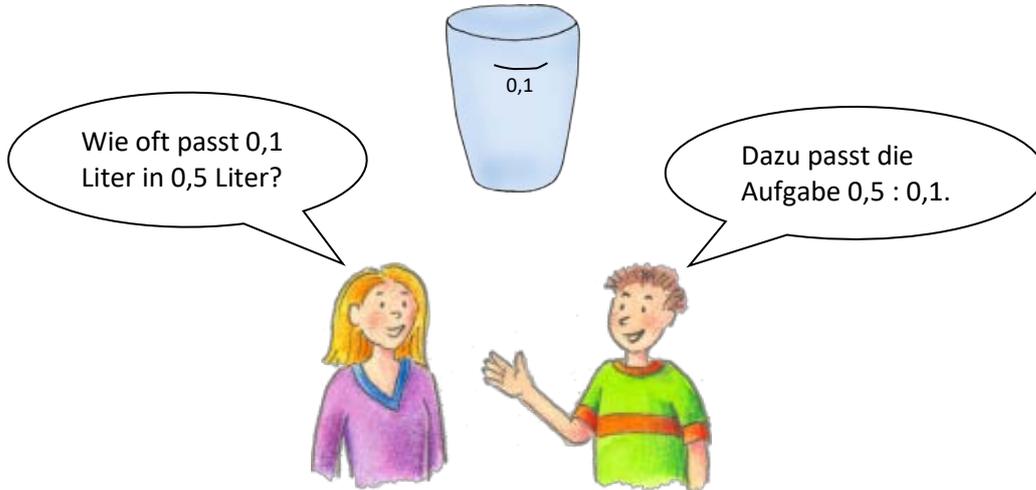
Z	E	z	h	t

- Schreibe das Ergebnis als Dezimalzahl:  
 $0,7 \cdot 0,3 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- Erkläre, warum bei der Multiplikation von Zehntel mal Zehntel Hundertstel entsteht



Susi findet ein Glas mit der Aufschrift 0,1 an einer Fülllinie.

Sie möchte damit 0,5 Liter Milch abmessen, die sie zum Backen benötigt.

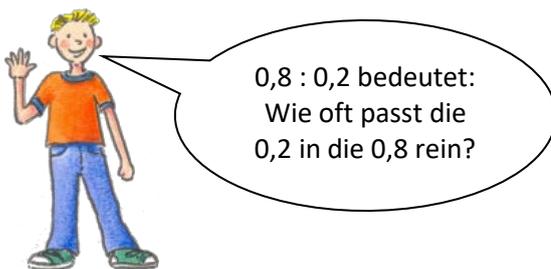


- Erkläre, warum die Aufgabe passt.

Bild 28 und 29: Trinkglas und Kinder, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Joris soll  $0,8 : 0,2$  rechnen.



- Markiere am Zehnerbruchstreifen 0,8.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

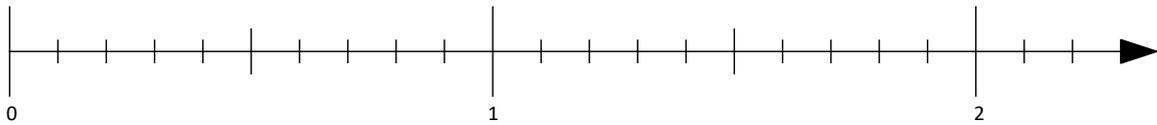
- Markiere 0,2 am Zehnerbruchstreifen.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- Bestimme das Ergebnis mithilfe der Bruchstreifen und erkläre, wie du mithilfe der Streifen darauf kommst.

Bild 30: Junge, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

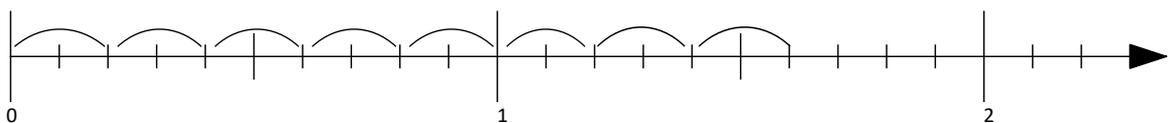


Rechne  $1 : 0,5$  am Zahlenstrahl, indem du so vorgehst:

- Markiere 0,5.
- Wie oft passt die 0,5 in die 1?
- Ergänze:  $1 : 0,5 = \underline{\hspace{2cm}}$

Bild 31: Zahlenstrahl, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Am Zahlenstrahl ist die Divisionsaufgabe  $1,6 : 0,2 = 8$  dargestellt.



- Zeige im Bild, wo du die erste Zahl, die zweite Zahl und das Ergebnis der Aufgabe findest.

Bild 32: Junge, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Zahlen und Operationen Niveaustufe D	GV	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen
Zuordnen von Multiplikationsaufgaben mit Brüchen zu Sachsituationen		<b>43</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ordne den Situationen jeweils die richtige Aufgabe zu.</li> <li>Erkläre mit Worten, was mit der Aufgabe jeweils berechnet wird.</li> </ul>		
<p>Im Supermarkt ist immer <math>\frac{1}{8}</math> Liter Sahne in einem Plastikbecher. In jedem Karton stehen 12 Becher.</p>	<div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}</math> </div>	
<p>Felix darf sich <math>\frac{1}{4}</math> von der Pizza nehmen. Er teilt sie mit seinem Hund.</p>	<div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; text-align: center;"> <math>12 \cdot \frac{1}{8}</math> Liter                 </div>	
<p>Die Limonade besteht zu einem Achtel aus Himbeersaft. In Susis Glas passt <math>\frac{1}{4}</math> Liter.</p>	<div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4}</math> Liter                 </div>	

Zahlen und Operationen Niveaustufe D	GV	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen	
Zuordnen von Sachkontexten zu Bildern		<b>44</b>	
<p>Milan überlegt, was er mit seinem Taschengeld machen wird. Er gibt die Hälfte davon für Geburtstagsgeschenke aus, <math>\frac{1}{4}</math> für Fußballkarten und <math>\frac{1}{8}</math> für Süßigkeiten.</p> <p>Welches Bild passt zu dem Text?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Erkläre.</li> </ul>			
<p>Welchen Anteil von seinem Taschengeld hat er ausgegeben?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zeige am Bild.</li> </ul>			

## Finden von passenden Aufgaben zu Situationen mit Brüchen

45

- Finde passende Aufgaben zu den Situationen.
- Zeichne zu jeder Situation ein passendes Bild, das die Aufgaben veranschaulicht.

Joris kauft  $\frac{3}{4}$  Liter Wasser und  $\frac{3}{4}$  Liter Zitronenlimonade.

Jana nimmt sich  $\frac{1}{3}$  von der Salamipizza und  $\frac{3}{8}$  von der gleich großen Käsepizza.

Susi füllt  $\frac{1}{2}$  Liter Tee in einen Krug, den sie ins Wohnzimmer trägt.  
Leider verschüttet sie  $\frac{1}{8}$  Liter dabei.

## Erzählen einer Geschichte zu einer Additionsaufgabe mit Brüchen

46

- Erzähle eine Geschichte zu der Additionsaufgabe.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$



Zahlen und Operationen Niveaustufe D	GV	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen
Zuordnen von Divisionsaufgaben mit Dezimalzahlen zu Sachsituationen		<b>47</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordne den Situationen jeweils die richtige Aufgabe zu.</li> <li>• Erkläre mit Worten, was mit der Aufgabe jeweils berechnet wird.</li> </ul>		
<p>In jeden Trinkbecher passen 0,3 Liter. In der Verpackung sind 1,5 Liter Kirschsafft.</p>		<p>1,5 Liter : 5</p>
<p>Susi kauft 1,5 Liter Limonade. Sie teilt sie gerecht in 5 Becher auf.</p>		<p>0,75 Liter : 0,25 Liter</p>
<p>Mika hat eine 0,75-Liter-Flasche Mineralwasser. Er füllt das Wasser in 0,25-Liter Gläser.</p>		<p>1,5 Liter : 0,3 Liter</p>

Zahlen und Operationen Niveaustufe D	GV	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen aufbauen
Finden von Aufgaben mit Dezimalzahlen zu Sachsituationen		<b>48</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Finde Additions- oder Subtraktionsaufgaben zu den Situationen.</li> <li>• Erkläre mit Worten, was mit den Aufgaben jeweils berechnet wird.</li> </ul>		
<p>Bruno stellt sich auf die Waage mit dem Reiserucksack auf dem Rücken. Die Waage zeigt 55,4 kg. Dann nimmt er den Rucksack ab und die Waage zeigt 43,2 kg.</p>		
<p>Tom ist beim Weitsprung 3,62 m weit gesprungen und Frederik 3,25 m weit.</p>		
<p>Juri möchte Apfelschorle mit auf den Klassenausflug nehmen. Er mischt 0,5 Li- ter Apfelsaft mit 0,25 Liter Mineralwasser. In seine Flasche passt 0,7 Liter.</p>		